2013 年 5 月 14 日
山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp

微分積分学第一講義資料 5

前回までの訂正

- 講義資料 4, 1 ページ下から 12 行目：

$$\frac{f(a+h,b+k)+f(a,b+k)-f(a+h,b)-f(a,b)}{hk} \quad\Rightarrow\quad \frac{f(a+h,b+k)-f(a,b+k)-f(a+h,b)+f(a,b)}{hk}$$

- 講義資料 4, 6 ページ 9 行目：$k-1 \leqq x \leqq k \Rightarrow k-1 \leqq x < k$
- 講義ノート 35 ページ，下から 6 行目：曲線にそう微分 ⇒ 曲線に沿う微分
- 説明なしに使ったので，2 件のご質問がありました：黒板に書いた "$\measuredangle$" は "$\measuredangle(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$" のように用いて "ベクトル $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ のなす角" を表します．
- grad を grand と板書したところがあったそうです．

授業に関する御意見

- 風邪，お大事にしてください/お大事に（2 件）/ 風邪早く治ることを願っております．どうかお体をお大事に．
  山田のコメント： ありがとうございます．ご心配/ご迷惑をおかけして申し訳ありません．
- 講義資料の画像を貼り付けてある部分が見にくいです．もうすこし，コントラストや解像度をあげられないでしょうか?
  山田のコメント： タイプできるものはなるべく活字に起こしますが，できないものは（昨年までは）無視するようにしていました．今回，画像をのせるという過剰サービスに走りましたが，たしかに見難いと思います．コピーをしてもなお見やすいような最適解をみつけるべきでしょうが，そこまで時間がありません．お許しください．なお，講義 web ページや OCW 上から pdf ファイルをダウンロードしていただければ，印刷よりはクリアに見えます．
- 前半はなんとかついていけたけど後半はさっぱりだった． **山田のコメント：** ざんねん
- 徹夜明けにもやさしい授業をお願いします． **山田のコメント：** 私もほぼ徹夜明け．時差呆け＋前夜咳き込んでほとんど眠れませんでした．
- 授業前に寝たいとか言ってすみませんでした．実際，少し寝ちゃいました． **山田のコメント：** うらやましい．
- 内容が難しくなってきました． **山田のコメント：** そりゃそうでしょう．
- 先生の授業の流れが追えません（泣） **山田のコメント：** 余計な枝道が多すぎるのでしょうか? 慣れてもらうとよいのですが. . .
- 黒板書くのが早くて先生の話に耳を傾ける余裕がありません． **山田のコメント：** そうですか? 業界標準からすると早くない方，と思っていましたが．
- 返却プリントの中から自分のものが探せませんでした． **山田のコメント：** 申し訳ありません．前回の分はまだ返却準備ができていませんでした．今回，２回分を返却します（多分）．
- 質問用紙の返却の仕方を変えてほしい．
  山田のコメント： 何でも良いから変えてくれ，ということではないですよね．具体的に「何が問題点で，何をどう解消するために変えてほしいのか」を明示しないと動けません．ご要望が，こちらが推測している点だとすればたしかに問題ですが，残念ながらよいアイディアをもっておりません．山田の手間が増えないという制約条件のもと，よい方法を提案していただけませんか? ところで，講義資料 4，2 ページの下から 25 行目くらいのコメントは読まれましたでしょうか?
- 早めに言っておきますが，単位ください!! **山田のコメント：** 事前に言っておきますが，単位はあげません．取っていってください．なお，山田は落としません．落ちる人がいるだけです．
- $\dfrac{\sin x}{n} = 6$ をやっと理解して泣きそうです． **山田のコメント：** Piangi tanto!
- 高速道路の速度注意の件，面白かったです． **山田のコメント：** すぐには分からない人が多いようです．
- 先生はマックはお好きですよね．どのくらいの頻度で行かれるのですか． **山田のコメント：** 隔月くらいに禁断症状が. . .
- お茶おいしかったですか? **山田のコメント：** はい．喉が悪いときにムリに声を出すと，水分が欲しくなりますよね．
- これって放送していますが，誰が見ているんでしょうね． **山田のコメント：** ねぇ
- 東工大の入試において七は「7」と書く，と表紙に書いてありましたが（縦線に交叉する短い線が入る "7"）と書いたら減点ですか?
  山田のコメント： たぶん「受験番号の書き方」の部分ですよね．採点者には受験番号が見えないようになっているので，この部分の扱いは採点とは関係ない人々がやっているはずで，実際の扱い方については知りません．もし，機械読み取りをやっているとすると，読み取れない数字を書くことによって，集計作業の手間が格段に増えることが考えられ「迷惑」ですが，それを採点に反映させる道はないのではないかと思います．
- 授業とは直接関係ありませんが，天気予報の「西高東低の冬型気圧配置で北風が吹く」のが不思議です．等圧線が縦にはしれば風はその法線方向にふくように思えるからです．地球の自転が関係しているのでしょうか． **山田のコメント：** キーワードは Coliolis の力，のようです．
- よく理解できたので，質問はありません． **山田のコメント：** 残念です（本気：あまり理解しやすい授業をしない方がよいと思っているので）
- 演習のための問題集はあったほうがよいですか．あったほうがよいなら具体的な本の名前を教えてください． **山田のコメント：** 講義資料 4，7 ページ 14 行目．

質問と回答

■全微分と微分

質問： 全微分と微分は全く同じ意味として使って良いのですか．

質問： 全微分と微分の違いは結局どこにあるのでしょうか．

質問： 「微分」と「全微分」が同じ意味を持つのは，2 変数関数以外のときも同じですか?

お答え： 講義ノート 34 ページの下から 4 行目にあるように，全微分と微分は同じ意味です．工学の人は全微分のほうが馴染みが深いのかもしれないです．もちろん３つ以上の独立変数をもつ関数でも同じ言葉の使い方をします．

質問： 微分可能と全微分可能は同じことですか． **お答え：**同じことです．

質問： 「微分可能であるならば，全微分ができる」は真でしょうか．また逆は成りたちますか．

お答え： 全微分可能（全微分ができる，とは言わないと思います）と微分可能は同義です．

質問： p 34 にベクトル $(df)_P$ を関数 f の点 P における全微分または微分というと書かれていて，このベクトルのことを微分というみたいなのですが，ここでいう微分は今までの微分とは意味が違うものなのでしょうか.

お答え： 今までの微分ってなんでしょう．高等学校では "微分する" (動詞), "微分係数", "導関数" という語はならいますが, "微分" を名詞として使う使い方は習っていないのではないでしょうか.

質問： 命題 5.6 の証明の 7〜9 行目が何が起こっているかよく分かりません.

お答え： 最初の等号は $F(t)$ の定義式をそのままコピーした．次の等式は，36 ページの下から 8 行目の式を代入した．次の等式は，微分可能性の定義（定義 5.1）の式をこの場合に書きなおした．このようなものがわからないときは，一つひとつの等号について，何をしたのかを検討するとよいです.

■曲線や旅

質問： "旅" がよくわかりません．数 t に座標平面上の点 $\gamma(t)$ が対応するときに，対応 γ を旅と表記していたのでしょうか. **お答え：**そうです.

質問： 時刻 t によって気圧は変化するので，旅をして気圧を計測するとすればその値は x, y, t の三変数関数になってしまうので例として不適切だと思いました.

お答え： たしかにおっしゃる通りです.「現時点での気圧」といっておきながら，旅に時間の経過を含んでいますから，これはまずいですね．むりやり「大気は定常的である」という仮定をするのがよいのでしょう.

質問： $\gamma(0) = \binom{1}{0}$ なのに $\frac{d}{dt}\big|_{t=0} f(\gamma(t)) = (df)_{t=0}\gamma(0) = (3,-1)\binom{0}{1}$ となっていて $\gamma(0)$ の列ベクトルの数字が逆になっていました.

お答え： データが全く書いていないので，文脈で判断します：式が間違っています. $\frac{d}{dt}\big|_{t=0} f\big(\gamma(t)\big) = (df)_{(1,0)}\dot{\gamma}(0)$ です．すなわち $\gamma(0)$ ではなく $\dot{\gamma}(0)$ です.

質問： "曲線といえば $x(t)$, $y(t)$ が微分可能なもののみを考える" とあるが，そうでないものは何と言うのですか.

お答え： "以下" が最初についています．これは，ここでのこれ以下の部分では，という意味で，一般にこうである，と言うわけではありません．微分可能でないものも "曲線" ということもあります.

質問： "曲線にそう微分" の所の式において $x(t) = t$, $y(t) = t$ とすると I から $\mathbb{R}^2$ の写像は $y = x$ という直線になると思います．これも "曲線" と呼びならば（原文ママ：呼ぶならば？）やはり "直線" は "曲線" の部分集合 (?) という考え方でいいのですか. **お答え：**直線は曲線の特別な場合です.

■方向微分

質問： すいません $(df)_p\boldsymbol{v} = \lim_{t\to 0}\dfrac{f(a+v_1t, b+v_2t) - f(a,b)}{t}$ で正しいでしょうか.

お答え： p の座標が (a,b), $\boldsymbol{v} = {}^t(v_1, v_2)$ なら正しいです.

質問： 方向微分について「$v = (v_1, v_2)$ (原文ママ：左辺は太字か) とするとき $\lim_{t\to 0}\dfrac{f(a+v_1t, b+v_2t) - f(a,b)}{t}$ が存在するとき，その値を (a,b) における v 方向の方向微分と呼ぶ」という認識で良いですか.

お答え： 認識という語にどのようなニュアンスを込めているかわかりませんが，この値が方向微分です．ほとんど定義です.

質問： (5.4) と $\lim_{t\to 0}\dfrac{f(a+v_1t, b+v_2t) - f(a,b)}{t}$ が同じであるのか？（演習の授業ではこう習いました）

お答え： 同じです．一変数関数の微分係数の定義をご存知なら自明と思います.

質問： 方向微分とは，(5.4) の計算をして出た値のことであってますか.

お答え： 合ってます.

質問： どうやって $(0,0)$ で方向微分できない方向 (v_1, v_2) を見つけるのか.

お答え： 考えている関数と (v_1, v_2) に対して $F(t) = f(tv_1, tv_2)$ を具体的な式で書き表す．その上で $F(t)$ が $t = 0$ で微分可能である（ない）ための (v_1, v_2) の条件を書き下す.

質問： 逆に方向微分できないとはどんな状態でしょうか？

お答え：「逆に」から始まる文はどう読んだらよいかわかりませんが，演習の時間の問題にそんな例はありませんでしたか?

質問：「ある 2 変数関数が全方向に関して方向微分可能なら，その関数は x に関しても y に関しても偏微分可能」という命題は正しいですか?

お答え： 自明に正しいです．実際，定義をよく見ると f_x は ${}^t(1,0)$ に関する方向微分，f_y は ${}^t(0,1)$ に関する方向微分です.

質問： $(df)_P\boldsymbol{v} = ((\operatorname{grad} f)_p)\cdot\boldsymbol{v}$ について，この場合，なぜ左辺は右辺と同様にベクトルの内積の形で表現されないのですか? v (原文ママ，太字か?) は列ベクトルなので左辺も内積の形で示されるべきだと僕は思うのですが.

お答え： $(df)_P$ は列ベクトルではなく行ベクトルです．内積は，“列ベクトル同士” の積とみなすべきだと思うので，左辺は内積では表せません．ここは “行列の積” でなければなりません.

質問： $(df)_P\nu = ((\operatorname{grad} f)_p)\cdot\nu$ (原文ママ：$\boldsymbol{v}$ (太字) のことだろうが，ギリシア文字の ν ニューに見える) について，右辺は内積ですが左辺は何ですか.

お答え： 行列の積.

質問： 勾配ベクトルとは関数をグラフにしたときに，その点でのスカラーの変化率をベクトル化して表している，１変数関数でいうところの傾きみたいなものと考えてよいのでしょうか.

お答え： あまりきちんと述べられているとは思えませんが，多分いいんです.

質問： $(df)_P\boldsymbol{v} = ((\operatorname{grad} f)_p)\cdot\boldsymbol{v}$ のところで勾配ベクトルと内積によって方向ベクトルが定まる理由は何でしょうか.

お答え： “内積によって方向ベクトルが定まる” ということの意味がわかりませんが，どういうことを指しているのでしょうか.

質問： 速度ベクトルを転置行列を使って表しているのは，ふつう列ベクトルで表すからですか.

お答え： そうです.

質問： 方向微分は直線的な方向での微分しか見てないとのことですが，全微分でやった $r\cos\theta$, $r\sin\theta$ におくものと形が似ています．こちらは θ が定まらない分，様々な動きができるということでしょうか.

お答え： “全微分でやった $r\cos\theta$, $r\sin\theta$ におくもの” とはなんでしょうか．今回の講義には出てきていないように思います.

■微分可能性

質問： 高校までの数学で理解できるような関数なら微分可能であると説明なしで使っても良いでしょうか.

お答え： だいたい良いと思いますが，$f(x) = |x|$ も高校生が理解できますよね. . . 一般に “微分公式” を知っている関数は微分可能です.

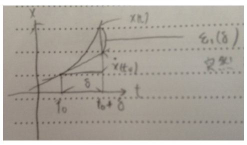
質問： 微分可能性の定義 “$f(a+h, b+k) - f(a,b) = Ah + Bk + \varepsilon(h,k)\sqrt{h^2+k^2}$ とおくとき，$\displaystyle\lim_{(h,k)\to(0,0)}\varepsilon(h,k) = 0$ となる” が一変数のときの定義（定理?）“$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在する” に比べると全く納得できません．定義として丸暗記するしかないのでしょうか．例えば一変数の場合は 2 点が近づいて接線になる，としてイメージできるのですが.

お答え： 一変数の時の「定義」ですね．講義では一変数関数の微分可能性の条件を，ご質問の 2 変数関数と同じような形に書き換えてみたはずですが（4 月 23 日，5 月 7 日にも少し）それでも納得いかないでしょうか．納得行かないのであれば丸暗記しかないかもしれません．ちなみに，一変数関数の微分を “接線” でイメージするのは数ある微分のイメージのうち たった一つ です．講義ではその他に “一次式で近似する” という意味があるという説明をしましたが，そちらのイメージをそのまま多変数に拡張したのがご質問の定義になります．一般にイメージはひとつではなく，自分がもっているたった一つの（乏しい）イメージに固執するのはよくないと思います.

質問： 関数 $x(t)$ が $t = t_0$ で微分可能であることを表すが，$x(t_0+\delta) = x(t_0) + \dot{x}(t_0)\delta + \varepsilon_1(\delta)\delta$ ($\delta \to 0$ のときに $\varepsilon_1(\delta) \to 0$) の $\varepsilon_1(\delta)$ について，「$\delta \to 0$ のとき $\varepsilon_1(\delta)$ は δ より高位の無限小である」ということはできますか.

お答え： できません．“$\varepsilon(\delta)$ が δ より高位の無限小である” とは δ より “はやく 0 に近づく”，すなわち $\varepsilon(\delta)/\delta \to 0$ ($\delta \to 0$) ということです．ご質問の状況では “$\varepsilon_1(\delta)\delta$ が δ より高位の無限小” ですが，$\varepsilon(\delta)$ についてはなんともいえません.

質問： 突然出てきた ε はこういうことで良いですか?



お答え： 右の $\varepsilon_1(\delta)$ は $\varepsilon_1(\delta)\delta$ の誤りです.

質問： 偏微分のやり方は理解しましたが，結局これは何をしようとしたのか分かりません．微分は接線の式を出そうとしたことが図形的に分かりますが，偏微分はピントきません.

お答え： x 方向，y 方向の方向微分，ということでもピンときませんか? たぶん “微分は接線” というキャッチフレーズに囚われすぎているのだと思います．それは微分係数の意味のうちのたった一つ.

■記号・言葉

質問： $dx = (1,0)$, $dy = (0,1)$ といった dx や dy がベクトル成分（原文ママ：行ベクトルのことか?) を表す記号として書かれているか，微積の記号として書かれているかは数式のかき方であきらかなのでしょうか.

お答え： はい．文脈であきらかです．あきらかでない場合はどちらと思っても大丈夫なはずです．ただし，きちんと文脈をよまなければ行けません（空気よめ).

質問： $(df)_p h$（原文ママ：h は太字か）は 1×1 行列でベクトルのはずなのに，スカラとみなしてよい理由はなぜですか.

お答え： 1×1 行列 $[a]$ は実数 a と 1 対 1 に対応しているので，これを同じものとみなしました．線形代数（とくに後期）でもよく使う同一視です.

質問： 時折出てくる「なめらか」という言葉の定義は何ですか.「なめらかなグラフ or 関数」という使い方はありますか．また $y = \frac{1}{x}$ はなめらかですか.

お答え： 説明不足で申し訳ありません．慣用句です．山田は C^∞-級関数のことを <u>なめらかな関数</u> といっています．また一変数の C^∞-関数のグラフと合同な曲線を <u>なめらかな曲線</u> といっています．この言葉を用いると $f(x) = 1/x$ は区間 $(0, +\infty)$ でなめらかで，曲線 $y = 1/x$ $(0 < x)$ はなめらかな曲線です.

質問： 今回 $\gamma(t)$ で位置を表していましたが，物理では $r(t)$ で表すのを見たことがあります．やはりガンマとアールは関係ありますか.

お答え： γ と r は無関係です．γ に対応するローマ文字は g，r に対応するギリシア文字は ρ ローです．物理学で r を使うのは動径 radial vector の頭文字と思われます．γ は特に意味がないんじゃないかなと思います.

質問： どう気を付ければガンマらしく書けますか.

質問： ギリシャ文字のグザイがうまく書けず困っています．どのように書くのでしょうか.

お答え： いろいろな人が黒板に書くのを見るでしょうが，それを見て技を盗んで下さい.

質問： λ (ラムダ) をニューと読むのはおもしろいですね．“Ξ (イクサ)” → “三（漢字）” → “tres (西語)” → “トレース” と考えました．無理やりな上につまらないのでいまいちですね．すみません.

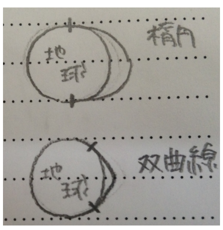
お答え： Ξ は “クサイ”, “クシー” と読むのでは?

質問： 前回の質問で微分の記号に § を用いた経済数学の本の出典：「現代経済学の数学基礎〈上〉 by A. C. チャン/K. ウエインライト」

お答え： ありがとうございます.「A. C. チャン・K. ウエインライト 著（小田他訳）現代経済学の数学基礎［第 4 版］上，シーエーピー出版, 2010」ですね．早速 Amazon で取り寄せて見ました．当日配送はありがたい．でご質問の記号 $\S y/\S$x は 264 ページ (8.16) 式にあるようです．この本では通常の微分の記号 dy/dx, 偏微分の記号 $\partial y/\partial x$ も使われているので，ご質問の記号はそれとは違う意味の “微分” であるという想像がつきます．実際，そこでは “偏全導関数” という言葉を充てていますが，これは流体力学などで表れる “オイラー微分” のことで，こちらの方では Du/Dt のような書き方が多いようです．チャンたちの本でも，あまり一般的な記号ではないようなニュアンスで書いているようですね.

■問題

質問： 問題 4-13 について，地球から離れたゴムひもは楕円の一部ですか? それとも双曲線ですか．私は双曲線だと思っているのですが，その理由が説明できません．できれば根拠を教えて下さい.



お答え： 赤道に接する線分になると思いますが.

質問： 問題 5-1 の答えは「時刻 t における人の位置の標高」で合っていますか.　**お答え：**合っています.

質問： 問題の 5-5 にある $\left.\dfrac{d}{dt}\right|_{t=0} f(tv_1, tv_2)$ の意味を教えて下さい.

お答え： 一変数関数 $F(t) = f(tv_1, tv_2)$ の $t = 0$ における微分係数.

■その他

質問： 結局 $\frac{dF}{dt}$ は何を表すのでしょうか．旅における気圧の変化率とかでしょうか．

お答え： ここだけ切りだされてもお答えできません．

質問： 全微分は具体的にどのようなところで活用されていますか．

質問： 全微分ができることによってどんな事が可能になるのですか?

お答え： 講義では「近似」という話をしたような気がする．

質問： 全微分と勾配ベクトルを別に定義することのメリットはあるのですか?

お答え： あるのですけど，この授業ではあまり扱いません．キーワードは covariant と contravariant．

質問： 全微分というのはつまり { $f(x,y)$ という式を x 固定で y で微分したものと y 固定で x で微分したものの足し算 } ととらえて大丈夫ですか?

お答え： 大丈夫ではありません．全微分は単に (f_x, f_y) です．ご質問を文章通りにとると $f_x + f_y$ となって全然違うものですね．なぜ，定義通りの理解の仕方をしないんでしょう．

質問： 全微分があるなら半微分はないんですか?

お答え： ないです．たぶん対応する語は偏微分です．

質問： 偏微分は方向微分の特別な場合なのですか．

質問： 偏微分のイメージと方向微分のイメージがごっちゃになります．分かりやすく説明よろしくお願いします．

お答え： 関数 f の ${}^t(1,0)$ 方向の方向微分が f_x，${}^t(0,1)$ 方向の方向微分が f_y．

質問： $(df)_P$ を $\frac{d}{dt}\Big|_{t=0} f$ のように $df|_P$ と書いてはいけないのですか．

お答え： いいと思います．

質問： 方向微分が何なのかよく分かりませんでした．教えて下さい．

お答え： 2 変数関数 f の点 $P = (a,b)$ におけるベクトル $\boldsymbol{v} = {}^t(u,v)$ 方向の方向微分とは，1 変数関数 $F(t) = f(a+tu, b+tv)$ の $t=0$ における微分係数のこと．

質問： 方向微分で求めた値は何を示しているのですか．

お答え： 上の回答で与えた量．

質問： 方向微分と通常の微分はどのように使い分けられるのですか．

お答え： 「通常の微分」という言葉で何を指していますか（df のこと?）．

質問： 方向微分の可能性はどう考えたら良いですか．

お答え： すべての $\boldsymbol{v}$ に対して $\boldsymbol{v}$ 方向の方向微分が存在する．

質問： チェイン・ルールの意味がよく分かりません．教えて下さい．

お答え： 講義ノートの命題 5.6 に書いてあることは分かりますか．講義の最初に挙げた例（$f(x,y) = x^3 - xy + y^3$，$x(t) = \cos t$，$y(t) = \sin t$）は理解していますか?

質問： 定義 5.1 で出てくる $\varepsilon(h,k)\sqrt{h^2+k^2}$ とはなぜこのようにおかなければならないのでしょう．

お答え： ベクトル ${}^t(h,k)$ の大きさ $\sqrt{h^2+k^2}$ よりも早く小さくなる量，ということを表現したいからです．

質問： $\boldsymbol{v} = {}^t(a,b)$ とは，行ベクトル (a,b) の行と列を入れ替え (transposition) した列ベクトル $\binom{a}{b}$ のことを表わしているのでしょうか? 印刷スペースの節約以外に意味がありますか．

お答え： スペースの節約だけと思っていただいて結構です．

質問： なぜ転置行列をもちだしたのかわからない．

お答え： 列ベクトルを縦に書くと場所をとるから．

質問： ${}^t(x,y)$ の左上の t は列ベクトルというイミですか?

お答え： いいえ，転置という意味です．結果的にこの式は列ベクトルを表します．

質問： 講義ノート p 35 の脚注で「(x,y) の (a,b) からの変化 (h,k) を行ベクトルではなく列ベクトル ${}^t(h,k)$ で表す」とありますが，${}^t(h,k)$ の ^{t} には何か意味があるのですか?

質問： $\boldsymbol{v} = {}^t(u_0, v_0)$ この t の意味は何ですか?

お答え： 行列の転置 tranpsosition であると授業で説明しましたが．

質問： 行ベクトルを書くとき，これまで（高校の）ベクトルのような (x,y) の表記と，行列のような $(x\,y)$ という表記ではどちらがよいですか．

お答え： 山田はこの二つを区別していません．誤解のないようにかけばよいと思います．

質問： 板書では $\dfrac{f(x+\delta, y+\delta) - f(x,y)}{\delta}$ を微分としていましたが，分母は $\sqrt{2}\delta$ ではなく δ なのはなぜですか?

お答え： これを微分であるなどとはいっていません.

質問： 方向微分を積分するとどうなるのでしょうか? その方向の関数がでてくるのでしょうか.

お答え： 具体的にどうやって積分すればよいでしょうね．講義ででてきた例をつかって積分をどうするべきか考えてみましょう.

質問： 先生は「バカではない」んですね.

お答え： そうありたいものです.

質問： 「馬鹿は風（原文ママ）(山田注：原文ママまで原文ママ）をひかない」はイ為（原文ママ）です．私が先日風をひいたので．ですから対偶もイ為ですね.

お答え： あなたは馬鹿なのですね.

質問： 自分の $\cos^{-2} x$ の質問と $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leqq r^2\}$ の質問の回答が講義資料に見つからないのですが，なぜですか? バラナラバと $(e^{f(x)})'$ の件は載っているので，紙は渡っているはずだと思います.

お答え： 一つ目は講義資料 4, 8 ページの真ん中へん．いくつも質問を書かれておられるので，こちらが読み落としたと思われます．ご質問は次のように処理します：ざっと見てコメントをつけながら質問内容を類別し，それぞれの山を順番に処理します．一つの紙に複数の質問を書かれた場合は，どれか一つの山にいれ，処理したあとに別の質問があるべき山に移動します．2 つくらいの質問であれば，これでほぼ間違いなく処理できますが，4 点も 5 点もいただくと，抜けがでる可能性がでてきます．というわけで，前回の講義資料に「質問は 1 つ」というお願いをしたわけです．ご協力お願い申し上げます．あるいは，山田の手間が増えないという束縛条件のもと，よい処理方法を提案してください.

質問： 毎回毎回今後の授業で教えますと言われても，教わる授業になって前のあれかとはならない気がします.

お答え： で質問は？

質問： 例年，数学の単位を落とす人はどれくらいですか.

お答え： 山田のクラスでは 10% くらい.

質問： GW はドイツに行ったそうですが，何をしていたんですか? 仕事関連?

お答え： 仕事関連 (http://www.mfo.de/occasion/1318a/www_view)

質問： GW 中にドイツで何か楽しかったことはありますか?

お答え： ありません．雨で寒かった.

質問： どうして風邪をひいたんですか

お答え： ドイツが思いの外寒く，喉をやられました．さらに帰りの飛行機の乾燥が追い打ちをかけたようです.

質問： 夏風邪は馬鹿が引くはどちらの意味でとらえたらいいでしょうか.

お答え： どちらの，とは何と何のことを考えていますか?