

微分積分学第一 (1)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

<http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2014/calc1/>

2014.04.09

目標1：次の文が読める

水素原子の時間に依存しない Schrödinger 方程式

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta\psi - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\psi = E\psi \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

を解くために，極座標変換

$$(x, y, z) = (r \cos \theta \cos \phi, r \sin \theta \cos \phi, r \sin \phi)$$

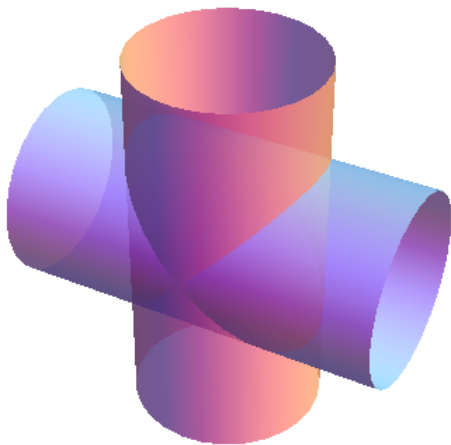
を行うと，ラプラシアン Δ は

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - \frac{1}{r^2} \tan \phi \frac{\partial}{\partial \phi}$$

と書き換えられる．

目標 2 : 例えば

ふたつの円柱の共通部分の体積が計算できる :



目標3：次がわかる：

$$\begin{aligned}\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx\right]^2 &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx\right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy\right) \\ &= \iint_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2} dx dy \\ &= \iint_{\{(r,\theta) \mid r \geq 0, -\pi \leq \theta \leq \pi\}} e^{-r^2} r dr d\theta \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \left[\int_0^{\infty} re^{-r^2} dr\right] d\theta \\ &= \pi\end{aligned}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

Gauss

配布物と資料

- 講義資料 1: 講義概要 + 授業日程
逐次説明はしないが目を通しておくこと .
- 講義ノート: 今回 + 次回
毎回次の回の講義ノートを配布するので事前に目を通してほしい .
- 質問用紙
指示にしたがって提出 : 今回は必須; ポスト
書かれたものは個人が特定できない形で公開する .

配布物・質問用紙・および提示資料(これ)のハンドアウトは

- 講義 web ページ
- 東工大 OCW

OCW=Open CourseWare

からダウンロードできる .

数学相談室 : 本館 1 階 H113/114 講義室 (月火木金 16:45-18:45)

演習

- 微分積分学演習第一
(火曜日 3/4 時限 ; 隔週 , 川内毅先生)
- この科目とセットになっているので
両方とも履修登録しないとエラーがでます .
- 2014 年新生以外で , 講義のみを履修希望の方 :
担当者 (山田) までお知らせください .

お願い（高大連携配信講義）

この授業は衛星通信/インターネットによる高-大連携プロジェクトにより、高等学校・高等専門学校等に衛星およびストリーム配信されます。ご不便をおかけしますがご協力お願いいたします。

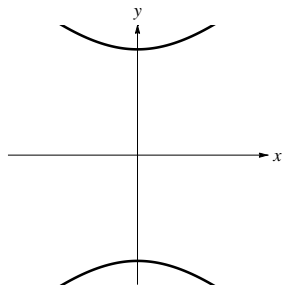
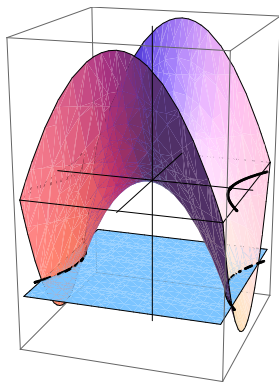
- エレベータはなるべく使わないようにしてください。
- 設備の都合上、講義室が狭いので前方から詰めて座ってください。
- 教室内での飲食はご遠慮ください。
- 講義室内をカメラが動きます。
- 配信のため、授業は定刻 10 時 45 分に開始します。
遅刻者は晒されることを覚悟してください。
- 不都合があるようでしたら遠慮なくお申し出ください。

第1回講義

1 変数関数のグラフ : 図 1.1 a b c d e

2 変数関数のグラフと等高線 : 図 1.2 a b; 補足

図 1.2 b: $z = x^2 - y^2, z = -1.5$



地図 (Google) ; 天気図 (気象庁)