2014 年 4 月 23 日 (2014 年 4 月 30 日訂正)
山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp

微分積分学第一講義資料 3

前回の補足

- “0^0” が不定形であるのはなぜかという質問を複数いただきました．
  いい加減な説明: $\log 0^0 = 0 \times \log 0 = 0 \times (-\infty)$ は不定形．
  もう少しきちんとした説明: $0/0$ が不定形であるとは，次のようなことだった：
  $\lim_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim_{x\to a} g(x) = 0$ となる f, g の選び方によって $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ が様々な値をとる．
  たとえば，定数 A に対して $f(x) = Ax$, $g(x) = x$ とすると
  $$\lim_{x\to 0} f(x) = 0, \qquad \lim_{x\to 0} g(x) = 0, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 0} A = A.$$
  ここで A は何でもよかったからこの形の極限は様々な値をとる．
  同様にして，$f(x) = e^{-1/x^2}$, $g(x) = Ax^2$ とおけば
  $$\lim_{x\to 0} f(x) = 0, \qquad \lim_{x\to 0} g(x) = 0, \qquad \lim_{x\to 0} \bigl(f(x)\bigr)^{g(x)} = \lim_{x\to 0} e^{(-1/x^2)Ax^2} = e^{-A}$$
  となり，この形の極限もさまざまな値をとる．
  なお，不定形の定義が曖昧なので「証明する」という語とはなじまないと思います．
- 「変態な例」（講義ノート問題 2-1）の $(0,0)$ における偏微分係数の計算で
  $$\lim_{h\to 0} \frac{f(h,0) - f(0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{0}{h}$$
  が 0 になるのが納得できない方が数名．「$h \to 0$」は $h \neq 0$ として h を 0 に近づけることだと高等学校で学んだはず．上の式の右辺 $0/h$ は $h \neq 0$ のとき間違いなく 0 です．したがって，最後の極限は $\lim_{h\to 0} 0$ となり 0 です．高等学校で「定数関数の微分が 0」という公式を示したのと全く同じ議論です．
- 偏微分係数 f_x などは f のグラフの何を図形的にあらわしているか，などという質問多数．(1) 第 5 回に説明します．(f_x, f_y) が等高線の法線ベクトルになっている．(2) とりあえず図形的な解釈は考えないほうがよい．高等学校で学んだ 1 変数関数の微分は，まず「変化の割合」です．その上で，グラフを描くとその「接線の傾き」です．すなわち，第一義的には「変化率」，接線の傾きはそれから派生する意味だと考えてください．f_x は x を変化させたときの f の値の変化率．
- 偏微分と関数の増減の関係に関するご質問も複数ありました．多変数関数の「増減」という概念はありません．
- 偏積分ってあるんですか，という質問多数．第 10 回に，多変数関数の積分である重積分を扱います．この計算の際にでてくる「累次積分」のひとつひとつのパートが “偏積分” にあたりますが，そういう語はあまり使いません．

前回までの訂正

- 2 変数関数の 3 次導関数が 9 通り，と言ったかもしれません．$2^3 = 8$ 通りです．
- 講義ノート 12 ページ，下から 2 行目：微分分可能 $\Rightarrow$ 微分可能

授業に関する御意見

- マイクの音量をもう少し上げて下さい/ もう少しだけマイクの音量が大きい方が聞きとりやすいような気がします． **山田のコメント：** 了解.
- 授業プリントの問題解説を，もう少し丁寧に行ってほしい. **山田のコメント：** 事前に目をとおして考えておけば，あの速さで十分なはず.
- 若干 寒い/さむい/ちょっと寒かった.
- 今日は少し寒かったです.
- 今回は教室がスゴく寒かったです（顔文字略）
- 今回は寒かったです（前半はちょうど良かったけれど授業後半が結構寒くて...）次回は風の当たらないところを探します.
- 今日の教室はとてもいい温度でした．次回からも同じように涼しいとありがたいです.
- ちょうどよい室温でした/今日の気温がベストでした.
  山田のコメント： 暑いという人はいなかったようです．場所によってエアコンの効き具合が違うようです．不安な方は一枚羽織るものを持ってきていただくのがよいかと思います.
- 今日は教室もネタも寒かったです. **山田のコメント：** もう少し季節が進むと，寒いネタがありがたく思えるはずです.
- カメラマンさん意見を反映して下さりありがとうございました. **山田のコメント：** Thanks > カメラマンさん
- $\frac{16}{64}$，$\frac{19}{95}$，$\frac{\sin x}{n}$ の約分（?）の話が面白かったです. **山田のコメント：** 寒いかもです.
- $\frac{16}{64}$，$\frac{19}{95}$，$\frac{\sin x}{n}$ には本当に感動しました!! **山田のコメント：** Thanks，でも感動しちゃまずいんじゃ...
- $\frac{\sin x}{n} = 6$ などの小ネタは面白かったです．今後ともこのようなネタをよろしくお願いします. **山田のコメント：** そんなにたくさんはありません.
- 分数のとこすごかったです. $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$ とかです. **山田のコメント：** へぇ
- 授業の本質と違うわき道にそれた話がおもしろい. **山田のコメント：** 実は本質かもしれませんよ.
- あきることのない楽しい授業でした. **山田のコメント：** ハイテンションはつかれるんですが...
- 今日だけで変態が 2 つも出てきました．数学は変態だらけですね. **山田のコメント：** もちろん!
- 数学おもしろい!! **山田のコメント：** そう?
- $PV = nRT$ の話がおもしろかったです. **山田のコメント：** そう?
- 授業の最後に，理想気体の状態方程式をつかって $\frac{\partial f}{\partial x}$ を分数のように扱ってはいけないことの証明ができることに感動しました.
  山田のコメント： Thanks．ただ，ここで「証明」というのは少し違和感があります.
- 連続性と微分，偏微分可能性についてあまりイメージが沸きませんが第 3 回で扱うということなので楽しみにしています.
  山田のコメント： 論理的にはイメージは不要．きちんとした定義を覚えましょう．それから「たくさんいじって，考えて」イメージがわいてくる．授業で「最初にイメージを求めるのはわがまま」といったのはそこ.
- 授業の本題（偏微分など）はある程度理解できましたが，その前に話していた話題があまり理解できませんでした.
  山田のコメント： 具体的には?
- グラフに対する考え方を変えないといけないと思いました.
  山田のコメント： そうね．もちろん，高等学校で学んだ程度のグラフを描けるのは必須ですよ.
- 理解力がなくて，変な質問ばっかりしてすみません... **山田のコメント：** それがネタになるので，よいのです.
- 君たちは日常を変えることを期待されているのに，日常をひきずるなの言葉にはっとさせられました!
  山田のコメント： そうなんですよ!
- 自分の日本語が先生に伝わってるのか不安です. **山田のコメント：** 伝えるという強い意志が必要かもです.
- いろいろな矛備知識（原文ママ）がしれてたのしいです. **山田のコメント：** 意味がわかりません.
- Linux を使う理由は何ですか? **山田のコメント：** Slackware のころから使っているので忘れました.
- ハートマークはかわいいと思います ♡ **山田のコメント：** そうですかぁ ♡
- 私は最近塾講のバイトを始めまして，1 度目の先生の授業を聴いて「なんてうまい話し方なんだろう，こんな話し方で自分も喋りたい」と強く思って依頼，先生のこの水曜の授業を楽しみにしていました．楽しみにしすぎて先生の講義を夢にまで見るようになってしまったのですが，夢から覚めたら授業が終わっていました．すいません．次から気をつけます.
  山田のコメント： 気をつけて下さい．何にかわからないけど.
- 特にありません **山田のコメント：** me，too.

質問と回答

質問： 多変数関数では偏微分するしかないんですか．つまり 2 つ以上の変数を同時に微分する方法はないんですか.

お答え： 想像されているものと違うかもしれませんが，第 5 回にあつかう「全微分」がそれに相当します.

質問： 1 変数関数の微分は，多変数関数の偏微分の特殊な場合と考えることができますか?

お答え： はい．ただ少しだけ 1 変数関数特有の性質があります.

質問： プリントの第 2 回 9 ページにおいて，例 2.1 (3) について質問です．（式省略）$f'(x) = \frac{1}{2}$ $(x = 0)$ となるのは何故ですか? $f(x) = 0$ $(x = 0)$ であるので $f'(x) = 0$ $(x = 0)$ かと思いました.

質問： $f'(x) =$ (略，上の質問の関数と同じ) で $x = 0$ で $\frac{1}{2}$ となるのがわからない.

お答え： この値になるのは $\lim_{h\to 0}\bigl(f(h) - f(0)\bigr)/h = 1/2$ だから．$x = 0$ のとき $f(x) = 0$ だからといって微分係数が 0 にならないのは「ある区間で定数ならばその区間で微分係数が 0」という公式の「ある区間で」という条件が成り立っていないからです．「定数関数の微分が 0」という公式の証明を思い出してください.

質問： 先生は例 1.4 の $x - f_5(x)$（山田注：たぶん「x ひく $f_5(x)$」ではなく x-$f_5(x)$ のことでしょうね）のグラフは描けないといっていましたが，自分には図 1.1 の (e) は条件を満たす点をあつめた立派なグラフに思えます．この考え方は間違っていますか?

お答え： 「描く」という語の意味にもよると思います．たしかに（注釈の文までこめて）グラフになっていると思えますね．注釈がなければなんだかわかりませんが.

質問： p12 の下から 4 行目の「性質のよい関数」とは「都合のいい関数」くらいに解釈すればいいのでしょうか.

お答え： よく使われる状況では，という意味にとってください.

質問： 資料 12 ページ の下から 4 行目に「性質のよい関数」とありますが，その定義は何ですか? 性質の悪い関数とはどのようなものですか? くらいに解釈すればいいのでそうか.

お答え： 第 3 回参照と説明したはずだが.

質問： “よく使われる状況では $f_{xy} = f_{yx}$ は一致する” とプリント p12 に書かれていますが，この “よく使われる状況” の定義とは何ですか．期末試験や教科書の章末問題のときですか．自分が解く段階ではその “よく使われる状況” にいるのか不安になり，結局 f_{xy}，f_{yx} を求めて一致していることを確認しなければならないのだろうかと思いました．(f_{xy} と f_{yx} が一致しない例があるため)

お答え： それを説明するのに「連続性」が必要だから第 3 回に述べる，と言いませんでしたっけ.

質問： 講義プリント 14 ページの「多変数関数の偏導関数」で，変数の個数が多い場合も，よく使われる状況では偏微分の順序交換が可能」と書いてありますが，「よく使われる状況」とは 2 変数関数の偏微分の順序交換定理と同じように，連続性の概念によって説明できるものですか?

お答え： はい.

質問： $f_{xy} = f_{yx}$ はふつうは等しいとあるが，連続性の概念があればそれは自明として話を薦められることは可能なのですか?

お答え： ご質問の意味がわかりません.「連続性の概念」というのはありますが（概念とは抽象的，一般的なものだから，個別の関数とは別に「あります」よね).

質問： $f(x, y)$ の x と y を交換しても $f(x, y)$ が変化しないときに $f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y)$ となるわけじゃないんですよね.

お答え： もっと弱い仮定のもとで成り立ちます．対称式に限りません.

質問： $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$ の例は見つからなくて本当にわからないです．普通 $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$ は $f(x, y)$ で x と y の入れ替えで変わらないはずなのに，変態の場合はいったい何が原因なんだろう.
先生が黒板に書いた $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$ は (a, b) のような記号で記入したら一般的でわかりやすいと思いますが.

お答え： 問題 2-7，第 3 回で少し説明します．後半：問題 2-7 に言及していて，その文脈では $(0, 0)$ です.

質問： なぜ C^n-級の条件がそれば偏微分する文字の順番をかえていいのですか.

お答え： 第 3 回.

質問： f_{yx} と f_{xy} が普通は同じになるところは興味深かったです.

お答え： そうですか.

質問： 偏微分を合成微分のように約分していけない理由は，ある変数のみに注目し，残りの変数を定数と見て微分するからでしょうか．それとも他にもっと違った理由があるのでしょうか.

お答え： そう，と言えますが，これでは理由がわかった気がしないのでは? むしろ 1 変数関数のように計算できるのが特殊で，多変数関数では授業で説明したような例があるからだめ，ということです.

質問： 授業内で $\frac{\partial f}{\partial x}$ と $\frac{df}{dx}$ についての説明がありました．そこで疑問に思ったことです．「$\frac{dy}{dx}$ を分数のように扱うと積分の一部の説明が簡単になる」という内容を話されていましたが，そのために $\frac{\partial f}{\partial x}$ ではなく $\frac{df}{dx}$ お表して差別化をしたのでしょうか? それとも $\frac{df}{dx}$ と表す別の理由があったのでしょうか? どうにも「$\frac{df}{dx}$ や f' と書かずに $\frac{\partial f}{\partial x}$ や f_x と書けばよいのでは」と思ってしまいます.「1 変数関数 $f(x)$ を x で偏微分する」とは偏らないから正しくない表現なのでしょうか.

お答え： 多変数関数の偏微分を d を用いて書くのは誤りですが，1 変数関数の微分を ∂ で書くのは “誤りではない” と思います．ただ奇異に見えます.

質問： 偏微分記号の書き方と読み方を教えてください.

お答え： いろいろな読み方があります.「山田はこう読む」と説明したような気がします.

質問： ∂ の書き順はありますか? 適当ですか?

お答え： 2 通りの方向がありますが，どちらも実際に見たことがあります.

質問： $\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}^3}$ より $\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$ の方が見やすいと思います.

お答え： 人によると思います.

質問： なぜ 2 回微分のとき $\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x}$ または $\frac{\partial f^2}{\partial x^2}$ とかかずに $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ とかくのですか.

お答え： $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$ だからです.

質問： 数学の記号はよくギリシャ文字（例えば π, Σ など）が使われていますが ∂ （ラウンド・ディー）はどこの国の

文字ですか.

お答え： そういう文字ではないと思います．山田が知らないだけかもしれません.

質問： 偏微分の $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ の ∂ はどこから由来しているのですか.

お答え： differential の d を記号化した，と授業で説明した.

質問： $2y\left(\frac{x}{x^2+y^2}\right)_x$ と板書にありましたが，この右下にある小さい x は ( ) 中を x で微分するという意味でとらえてよいのでしょうか? また，これは数学的に正式に認められている書き方ですか?

お答え： はい，よく使われます.

質問： 3 変数関数の紹介の部分で $g\colon A \to \mathbb{R}$ と記述がありましたが，A は太文字ではないのですか?

お答え： ここでは $\mathbb{R}$ などの太文字は “固有名詞” に対して使っています．一般の領域などには使っていません.

質問： 講義ノート 12 ページの 2 次偏導関数のところで $f_{xx} = 6x + 6y\ldots$ となっていますが $f_{xx}(x,y) = 6x + 6y$ の間違いではありませんか?

お答え： 文脈から明らかな場合，(x,y) などの変数の記述を省略することがあります.

質問： $f_x(x,y)$ の読み方を教えてください.

お答え： f の x に関する偏導関数．the partial derivative of f with respect to x.

質問： $f'(x)$ のことを “プライム” と言うみたいですが，$f''(x)$，$f'''(x)$, ... のことは何と呼べばいいのですか.

お答え： double prime, triple prime.

質問： なぜ先生は f' を「エフプライム」と読むのですか. **お答え：**それが正しいからです.

質問： $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$, $\frac{\partial}{\partial x}f(x,y)$, どっちの書き方でもいい? **お答え：**いい.

質問： 式を書く際,「$\frac{\partial f}{\partial x} =$」で書きはじめるのと,「$f_x =$」で書きはじめるのとどちらが適切ですか? またはどちらでもよいですか?

お答え： 1 変数関数の場合 $\frac{df}{dx}$ と f' はどちらが適切ですか．それと同じです.

質問： なぜ定義域が実数全体である関数を $\{(x,f(x))|x \in \mathbb{R}\}$ と表さずに，例えば $\{(x,f(x))|x \in I\}$, $I \in \mathbb{R}$ と表すのですか.

お答え： $I \in \mathbb{R}$ ではなく $I \subset \mathbb{R}$ です．前者は実数全体を定義域とする関数のグラフですが，後者は I を定義域とする関数のグラフです.

質問： カッコのつけ方について 質問です．高校のときあでは，たとえば $d\{c(ax+b)\}$ と表していたものを，山田先生や線型演習の川内先生はそもまま $d(c(ax+b))$ と表していらっしゃいます．高校の時は厳密にカッコの種類を分けるべきだと習いましたが，大学だとそのようなことは全く気にしないのでしょうか.

お答え： $[\{()\}]$ のようなわけかたをすると，カッコは 3 重までしか使えないので，あまり気にせず同じカッコを用います．印刷のときは $\Bigg(\bigg(\Big(\big(()\big)\Big)\bigg)\Bigg)$ のように大きさを変えることもあります.

質問： 厳密には $\Rightarrow$ は「ならば」と呼んではいけないような気がするのですが. **お答え：**なんと呼ぶのでしょう.

質問： 関数があれば図示はできなくてもグラフは存在するが，グラフがあっても関数が存在しないという解釈であっていますか? もしそうなら，それはどういう状態であるのかが未だにピンときていないです.

お答え： あっていません.「グラフ」はこの授業では「関数のグラフ」という意味でしか使っていません．$\mathbb{R}^2$ の部分集合が「グラフである」ということを定義していませんので．(他の文脈では違う意味でグラフという語を使うこともありますが，たぶん，想像しているものと違います).

質問： f'' を f の 2 次導関数，2 階微分とよぶならば f_{xy} も「2 階微分」とよんでいいのですか? **お答え：**はい

質問： 先生がよくおっしゃられる「変態」という言葉は,「特殊な例」ということを意味しているのでしょうか．教えていただけると嬉しいです. **お答え：**そうです.

質問： 変態の定義がよくわかりません．要するにきもち悪い関数ですか? **お答え：**変態は気持ち悪いですか?

質問： なぜ “変態” という表現を使うのですか?

お答え： 通常は気にしなくていよい，特殊な例というメッセージを込めるためです.

質問： 変態の定義がわかりません．教えてください.

お答え： ないです．例外的な例で普段はあまり気にしなくてよいというつもり.

質問： I で f が変態であるとは，I が微分不可能なハンイが存在するということですか?

お答え： 例 2.1 (3) のようにそうでない例もあります.

質問： C^r-級関数の意味がよく分かりません．具体例を示して欲しいです.

お答え： 多項式は任意の r に対して C^r-級.

質問： f が I で C^k-級であると考えるとき，$f^{(k)}$ が存在するためには I で $f^{(i)}$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, k-1)$ が微分可能といえますか?　**お答え：**そうです.

質問： (山田注：偏積分の質問のあと) 上に関連して，2 変数関数 $f(x, y)$ のグラフと xy 平面とある平面が囲む部分の体積が求められるようになりますか?

お答え： はい．第 10 回, 11 回で扱います.

質問： f_{xy} などを積分するときは，どのようにして積分を行うんですか?

お答え： 第 10 回．なぜ $f(x, y)$ ではなく，偏導関数 f_{xy} を積分するの?

質問： 2 変数関数や 3 変数関数を積分するとなったときは，偏微分のように片方の変数を一時的に定数とみて積分するようなことになるのでしょうか.

お答え： 第 10 回くらいにやります.

質問： 2-1 $f(x, y) =$ (略) は $(x, y) = (0, 0)$ と $(x, y) \neq (0, 0)$ に場合分けしなくてもなぜいいのですか?

お答え： 場合分けしますが，なぜしなくてよいと思ったのですか?

質問： 問題 2-3 の波動方程式は $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ を示せばいいのですか.

お答え： いいのです.

質問： 2-4 の調和関数について (1) $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$, (2) $f(x, y) = \frac{xy}{(x^2+y^2)^2}$ がみつかりましたが，x, y の 3 次以下の多項式で調和関数は他にどのような関数がありますか．また，偏微分せず関数の形のみで調和関数とわかるのでしょうか.

お答え： 前半：この例は多項式ではないですね．講義で少し説明します．後半：いいえ.

質問： 2-4 の x, y の 3 次以下の多項式で調和関数となるものについて $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$ しか見つけられませんでしたが，他に調和関数となるものがあったら教えてください.

お答え： これは多項式ではないのでは?

質問： 問 2-5 のような関数 F を求めなさい．というとき，その関数が多項式で表されるか，三角関数，対数を使うのか，など様々な関数の可能性が考えられて解くことができないのですが.

お答え： それまで含めて決まってしまいます.

質問： 2-5 について「1 変数関数 $F(t)$ を用いて」ということですが，t という変数が式にでてくるということは 4 変数関数になるのですか? 求め方も良く分かりませんでした.

お答え： $F(t)$ の t に $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ を代入します.

質問： 第 1 回目の問題 1-2 のような抽象的な問いについて，途端にどうしたらいいのか分からなくなります．どう勉強したらいいのでしょうか.

お答え： 普段から周囲を見る目を鍛える.

質問： $\frac{\partial T}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial T} = -1$ は左辺を約分してはいけないのは式から分かります．左辺は $\frac{\partial T}{\partial P}$ をひとくくりにして，$\frac{\partial T}{\partial P} \times \frac{\partial P}{\partial V} \times \frac{\partial V}{\partial T}$ と見るのですか，それともかけ算ではなく，$\frac{\partial T}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial T}$ と 1 つとして見るのですか．左辺をどのように見る (考える) のか教えて下さい.　**お答え：**掛け算です.

質問： 授業内で $PV = nRT$ を用いて偏微分の計算を行っていましたが，あの式は偏微分をつかって何を導けますか?

お答え： 文としておかしくないですか?

質問： 偏微分は工学の分野においてどのくらい役に立ちますか.

お答え： 大変に．この問いは，皆さんにとって掛け算九九は日常生活でどれくらい役に立つか，という問いと同等です.

質問： 偏微分は工学分野でどう使うのかを教えてください.

お答え： いたるところでさまざまな方法で用いられます.

質問： 偏微分は生活で何の場面で使われるのかをすごく関心をもっています．できれば教えてください.

お答え： いたるところでさまざまな方法で用いられます．もちろん，一般的には使わないで生活することも可能ですが，東工大の学生には不可能です.

質問：「関数」がよくわかっていないのですが，$y = f(x)$ と表せるとき，y に対応する y が 1 つに決まらないとき，$f(x)$ は関数でないということでしたが，陰関数って関数ではないのでしょうか．極座標表示とも関係ありますか.

お答え： y に対応する y とはなんでしょう．陰関数表示がどのように「関数」を定めるかは第 7 回に少し扱いますが，一般に関数ではありません．極座標とは直接関係ありません.

質問： ある関数 f が与えられたとして，f の微分可能な範囲をもれなく見抜くには，f のグラフを描くしかないのでしょうか?

お答え： なぜグラフを書かなければわからないのでしょうか．むしろ，グラフを書くのは性質がわかったあとでは?

質問： 微分において関数が連続しているということは重要なのでしょうか.

お答え： 重要です．ちなみに「関数が連続している」という言い方は普通しません.「関数が連続である」といいます.

質問： 偏微分について，何に偏っているのですか? 1 つの変数に偏って微分しているから偏微分なのでしょうか．こんな質問しかできず申し訳ないです.

お答え： 申し訳ないことはありません．回答：そうです．講義では「えこひいき」という言葉を使いましたね.

質問： $\sqrt[3]{x}$ の「x」には負の数をいれてもいいのですか?

お答え： 高等学校の教科書ではそうなっているようです.

質問： 多変数価数だと「偏微分可能 $\Rightarrow$ 連続」とならない理由が分かりません.

お答え： 偏微分可能かつ連続でない関数の具体例が 1 つあるから（それが第 2 回で紹介した「変態」).

質問： なぜ一変数関数は導関数が分数のように扱え，二変数以上の関数の場合は分数のように扱えないのかが分かりませんでした．また，なぜふつうの関数は $f_{xy} = f_{yx}$ が成立しているのかが分かりませんでした.

お答え： 1 変数の場合はそのような定理が証明されているから．2 変数以上の場合はだめな例（第 2 回の最後に紹介した）があるから．後半：第 3 回に扱います.

質問： なぜ $\frac{dy}{dx}$ は分数のように扱え，$\frac{\partial f}{\partial x}$ は扱えないのでしょうか．$\frac{dy}{dx}$ は偶然扱うことができたのでしょうか.

お答え： そう思ってください.

質問： どうして偏微分という計算方法が出てきたのか?

お答え： 多変数関数を考えればだれでも思いつくものだと思います.

質問： おとし穴があるグラフがどのようにしてその形になっているかわかりません．どうすればわかりあすか? **変態**な式の解説を詳しくお願いします.

お答え： 等高線を書いてみよ.

質問： 授業中に示したスリットが入ったような立体の断面の所が良くわからなかったです.

お答え： どう「よくわからないのか」書いてくれないとお答えできません.

質問： C^r-級関数の所をよんでも何言っているのか分かりませんでした.

質問： 数学の C^n 級ってなんでしょうか.

お答え： 第 3 回で説明します.

質問： x と y が t の 1 変数関数のとき 2 変数関数 $f(x, y)$ を x で偏微分はできますか.

お答え： 具体的にどういう状況を考えていますか.

質問： 東京ディズニーランドのジェットコースターのレールは進行方向に沿って微分可能ですか?

お答え： レールは関数ではないので，いまのところナンセンス．レールを何とみなして微分するのでしょう.

質問： 数学演習の課題をきちんとこなせば「微分積分第一」の試験の点数がとれますか?

お答え： 数学演習という科目はないと思います.

質問： 偏微分可能な関数が連続でないこともあるというのはどういうことですか?

お答え： そういうことです．具体的にそういう例があります.

質問： 位の数字同士を単体の数字として見て約分するネタがおもしろかったです．他の組み合わせをなかなか思いつけないのですが，何かあるでしょうか.

お答え： さがしてごらん．以前，総当りで調べるプログラムを書いた学生さんがいました.

質問： $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$, $\frac{19}{95} = \frac{1}{5}$ はただの数遊びですよね? それとも何か法則があるのでしょうか?

お答え： はい，他に例があるか探してみましょう.

質問： $\frac{\sin x}{n} = 6$ というネタは自分で考えたのですか?

お答え： いいえ，有名なネタです.

質問： $\frac{\sin x}{n} = 6$ は本当にそうなるんですか? ただつくっただけですか?

お答え： どう思いますか?

質問： 授業最後のスライドショーに映った T-シャツ上の文字の意味が解読できませんでしたので，教えてください.

質問： MIT の T シャツの 「$\frac{E}{c^2}\sqrt{-1}\frac{PV}{nR}$」という式は何を表しているのでしょうか.

お答え： ネタに説明は野暮ですが：miT です.

質問： 山田教授に指摘されないような日本語の表現ができるように努めます.

お答え： どうぞ.