微分積分学第一 (6)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2014/calc1/

2014.05.21

演習へのコメント

- 全微分可能とはこの講義での「微分可能」の意味です．
- 「全微分」の定義が違っているように見えますが，本質的には同じものです．前回の講義参照．

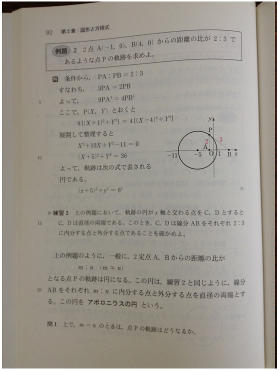
2 変数関数 $f(x,y)$ に対して

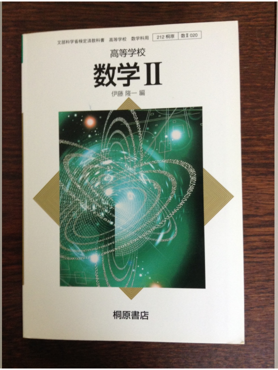
- $df = (f_x, f_y)$
- とくに $dx = (1,0)$, $dy = (0,1)$
- したがって $df = f_x\,dx + f_y\,dy$
- これは近似式
$$\Delta f \doteqdot f_x \Delta x + f_y \Delta y$$
の覚えかた，とも思える．

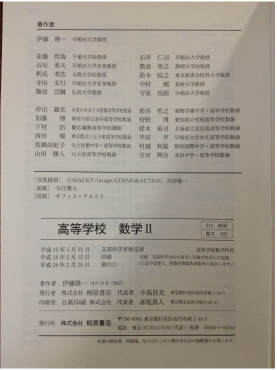
ご意見から

ご意見： アポロニウスの円というものを聞いたことがありません．知っているのが当然というように進めてほしくないです．

コメント： 高等学校数学 II の教科書にのっています．
知っているのが当然です．







質問から

Q: 授業をプリントの順番と異なる順序で行うのはなぜですか?
できれば統一して欲しいです．

A: 同じようになるなら授業は不要．講義ノートでは「論理的な順序」をある程度重要視しているが，講義によってその全体を眺め「おおざっぱな」理解をしてもらうつもり．
もちろん，事前に講義ノートを読んできていることが前提．

質問から

Q: **命題と定理の違いって何ですか．**

A: **定義** (definition)**：言葉の意味の約束**
例：2 **辺の長さが等しい三角形を二等辺三角形という．**
定理（theorem**）：数学的事実（広い意味の定理）**
例：二等辺三角形の 2 **つの角の大きさは等しい．**

- **定理** theorem (**狭い意味**; **重要な事実**)
- **命題** proposition (**少し重要性が低い**)
- **補題** lemma (**他の事実を示すための補助的な定理**)

厳密な格付けではない

質問から

Q: **全微分は方向微分を簡潔に表すためだけに作られたものなのですか．**

A: **たいていの概念は「だけ」ではないはず．**
数学的概念は多義的なことが多いので，こういう断定的な文にはすごく違和感を感じます．
授業では「近似式」の説明を少しだけしましたね（だから「だけ」ではない）．

質問から

- Q: $f\bigl(x(t), y(t)\bigr)$ の 2 変数関数を $F(t)$ の 1 変数関数であらわす**メリット**は何ですか?
- A: ある曲線に沿った変化の様子がわかる.
- Q: $dF =$ (式省略) ヤコビ行列について，ベクトルでなく行列で表すことに何か**メリット**があるのですか.
- A: 行列の積が使える：命題 6.5.

「メリット」という語をどういう意味で使っている？
あなた個人にとっての「メリット」であれば答えられない.

質問から

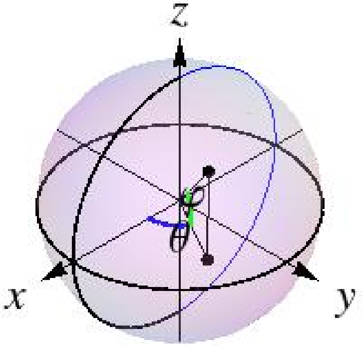
Q: **合成関数の微分公式について**

$$\frac{dF}{dt}(0) = \frac{\partial f}{\partial x}(P)\frac{dx}{dt}(0) + \frac{\partial f}{\partial y}(P)\frac{dy}{dt}(0)$$

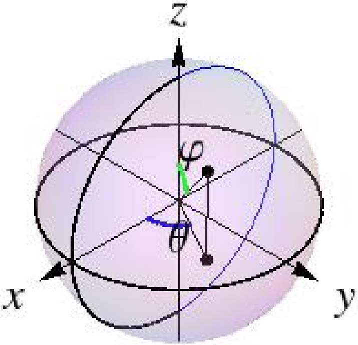
なぜ d と ∂ が入り混じってるんですか? 分数みたいに扱えないよ，と言いたいからですか? それとも区別して書かないとダメなんですか?

A: $x(t)$, $y(t)$ **は 1 変数関数なので，その微分は $\frac{dx}{dt}$ など．**
$f(x, y)$ **は 2 変数関数なので ∂ を用いる．**
$F(t) = f\big(x(t), y(t)\big)$ **は 1 変数関数なので d を使う．**

空間極座標



$r(\cos\theta\cos\varphi, \sin\theta\cos\varphi, \sin\varphi)$



$r(\cos\theta\sin\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\varphi)$