

# 微分積分学第一 (13)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

<http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2014/calc1/>

2014.07.16

# お知らせ

- 定期試験： 2014年7月30日（水）  
定期試験予告を確認しておくこと  
（中間試験答案に添付）
- 授業評価： OCW または東工大ポータルから協力ねがいます。  
7月15日10時30分現在 13名/94名  
もう少し欲しいところ
- 提出物： 提出物の受付は今回が最終回です。  
皆様の質問は大変に役にたちました。  
ご協力ありがとうございました。

## ご意見

ご意見： 期末テストのテスト範囲はプリントの 11 からでしょうか？

コメント： 授業に参加していない方ですね．

- 定期試験予告は中間試験答案に添付．
- 成績評価の方法：原則として定期試験のポイント．
- 中間試験の位置づけ：定期試験の予行演習．

ということを授業中に何度も言っていますが、**聞いてないんですね．**

ちなみに、第 1 回講義資料（2014 年 4 月 9 日）に

- 出席と関わりなく**授業時間中に連絡したことは伝わっている** とみなします．

とあります．

## ご意見

ご意見： 進捗ダメです      コメント： me, too.

ご意見： 暑くなってきましたね．      コメント： はい．

ご意見： 夏はこれくらいの室温でちょうどいいと思います．

コメント： いろいろですね．

ご意見： 今回はサスペンダーなしですか．．．

コメント： 上着がないときはベルトです．

ご意見： 写像，どうもよく理解できませんねえ．

コメント： ごく単純なものなんだけど．ひねくれて考えてません？

ご意見： まだ出席人数の単調減少は続いているのでしょうか？

コメント： 安定しているようです．

ご意見： 最近，石川台も割と近いな...と思うようになりました．

コメント： 慣れはこわいね．

ご意見： 中間を見直したら，問題文を読み違えることで大量に点を失っていました．勿体無いです．

コメント： ですか．ちゃんと読もうね．

## 質問

Q: 中間と期末の難易度の高さはどのようになっていますか？  
期末の方が難しいですか？

A: 決めてません．

Q: 中間の回答は OCW-i にのっていますが，解説はのっていません．自分で考えるということですか？

A: 講義時間に解説しましたが．それ以上何が必要？ 必要なことがあったら質問してください．口をあけて待っていても餌は来ません．

Q: 講義ノートの訂正を聞き逃した時，どのように確認すればよいですか？

A: 講義資料にあげてあります．

Q: 数学は好きですか？

A: ひ・み・つ ♡

## 質問

Q: p. 100 補題 13.6 の証明の「単調非減少」は「単調増加」と同じ意味ですか．それとも増減しない場合も含むために「単調非減少」という言葉を使うのでしょうか．

A: ごめんなさい．定義していませんでしたね．

関数  $f$  が

単調増加  $\Leftrightarrow x_1 < x_2$  ならば  $f(x_1) < f(x_2)$

単調非減少  $\Leftrightarrow x_1 < x_2$  ならば  $f(x_1) \leq f(x_2)$

使い方：

「区間  $(a, b)$  で微分可能な関数  $f$  が  $f'(x) \geq 0$  ( $x \in (a, b)$ ) をみたすならば， $f$  は  $(a, b)$  で単調非減少である」

## 質問

- Q: p95 において  $E_1, E_2$  は  $D_1, D_2$  に「ほぼ 1 対 1」に写るとありますが重なりがある部分の面積が 0 なら積分に影響しないという部分の意味がわかりません．なぜ重なりがある部分の面積が 0 だと積分には影響しないのですか．
- A: 面積確定集合  $D$  上で関数  $f$  が最大値  $M$  , 最小値  $m$  をとるとすると ,

$$m|D| \leq \iint_D f(x) dx \leq M|D| \quad (|D| \text{ は } D \text{ の面積}).$$

もし  $D$  の面積が 0 ならば  $f$  の  $D$  での積分は 0 になり , この部分は積分の値に寄与しないことがわかります .

# 質問

Q: オラ・ヤコビだよ .

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x) dx \quad \text{が存在するとき} \quad \int_a^b f(x) dx \quad \text{と}$$

値が同じになることを証明できるのですか .

A: ¡Hola! Sr. Jacobi.

- $f$  が  $[a, b]$  で連続なとき :

$$\int_x^b f(t) dt \quad \text{は} \quad [a, b] \quad \text{で連続}$$

- $f$  が  $(a, b]$  で連続だが  $a$  まで連続に拡張できないとき ,

$$\text{第 9 回の意味で} \quad \int_a^b f(x) dx \quad \text{は定義できない.}$$

## 復習—変数変換

問題： 正の数  $p, q, \varepsilon, M$  ( $M > \varepsilon$ ) に対して積分

$$I := \iint_D x^{p-1} y^{q-1} e^{-x-y} dx dy \quad D := [\varepsilon, M] \times [\varepsilon, M]$$

を考える．変数変換

$$x = uv, \quad y = u(1-v)$$

によって,  $I$  を  $u, v$  に関する重積分に書き直しなさい．