微分積分学第二 B (2)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2014/calc2/

2014.10.10

お知らせ

- 次回は 10 月 22 日（水曜日）です．
- 本日の提出物の締め切りは

  10 月 14 日（火曜日）13 時

  といたします．
- 台風 19 号の接近の場合は締め切りを変更する場合があります．講義 web ページに注意してください．
  http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2014/calc2/

平均値の定理

Theorem (平均値の定理（定理 1.4）)

閉区間 $[a, b]$ で定義された（一変数）連続関数 f が，開区間 (a, b) では微分可能であるとする．このとき，

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c), \qquad a < c < b$$

をみたす c が少なくとも一つ存在する．

- **閉区間で連続な関数は，その区間で最大・最小値をとる．(定理 2.1)**
- **関数 f が，c を含む開区間で最大値（最小値）をとるならば $f'(c) = 0$ である（補題 2.4）**
- **ロルの定理（補題 2.5）：関数 F が $[a, b]$ で連続，(a, b) で微分可能，**

$$F(a) = F(b) \quad \Rightarrow \quad F'(c) = 0, \quad a < c < b \quad \text{となる } c \text{ が存在}$$

平均値の定理の証明

Theorem (**平均値の定理（定理 1.4）**)

閉区間 $[a, b]$ **で定義された（一変数）連続関数** f **が，開区間** (a, b) **では微分可能であるとする．このとき，**

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c), \qquad a < c < b$$

をみたす c **が少なくとも一つ存在する．**

Proof.

関数

$$F(x) = f(x) - \left\{ \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a) + f(a) \right\}$$

にロルの定理を適用すればよい． □