微分積分学第二 B (3)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2014/calc2/

2014.10.22

ご意見から

ご意見 前期に比べ，ぐっと人数が減ってしまいましたが，今後研究をしていくにあたって，この授業での知識は必要と思うので私は取ります！後期もよろしくお願いします．

コメント いままで山田がもったクラスでは，登録者は前期も後期もあまり変わりませんでした．このクラスは，登録が少ないのか，出席が少ないのか．

ご意見 後期も質問用紙に気合入れて単位とります．

コメント へぇ．

ご意見 後期もがんばってください ♡

コメント なるべくがんばらないように努力してます．

近似について

平均値の定理から

$$\sqrt{5} = 2 + \frac{1}{2\sqrt{c}}, \qquad 4 < c < 5$$

が成り立つが， $4 < c < 5$ **から**

$$\sqrt{5} < 2 + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 2 + \frac{1}{4} = 2.25 \qquad (*)$$

$$\sqrt{5} > 2 + \frac{1}{2\sqrt{5}} > 2 + \frac{1}{2\sqrt{9}} = 2 + \frac{1}{6} > 2.16 \qquad (**)$$

なので $\boxed{2.16 < \sqrt{5} < 2.25}$

ところで $(*)$ **を用いれば** $(**)$ **はもう少しよくできる：**

$$\sqrt{5} > 2 + \frac{1}{2\sqrt{5}} > 2 + \frac{1}{2(2 + \frac{1}{4})} = 2 + \frac{2}{9} > 2.22$$

近似について

関数の値の近似は

- 道具によって精度が異なる：平均値の定理/テイラーの定理...
- 評価のやり方によっても精度が異なる
- 正解はない．

試験のときは?

- 道具は指定する．
  テイラーの定理を ...として適用し...
- 評価のやり方から得られた結果は正解．
  たとえば $\boxed{2.16 < \sqrt{5} < 2.25}$ が得られたことから，$\sqrt{5}$ は
  - 2.... (最初の桁の 2 まで保証できる) は正解．
  - 2.2... は不正解．

質問から

Q: テイラーの定理の $R_{n+1}(h)$ は微少量として無視して大丈夫ですか?

A: 考えている関数の形や，h の大きさによる無視していい場合もあるが，この授業では，無視しない．

Q: 高校で平均値の定理は不等式をつくり，はさみうちの原理によって**極値**を求めることに主に利用しましたが，大学では平均値の定理をどのようなことに利用するのですか．

A: 「**極値**」を求めるのにはさみうちをつかうのですか?
次は平均値の定理の帰結：

- "微分が 0 なら定数" (定理 1.7)
- "微分が正なら単調増加" (定理 1.11)
- テイラーの定理 2.9
- 偏微分可能で偏導関数が連続なら微分可能（前期）
- C^2-級なら偏微分の順序交換が可能（前期）

微分の重要な性質は平均値の定理からくる