微分積分学第二 B (5)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2014/calc2/

2014.11.05

訂正

- **講義ノート** 46 **ページ，例** 6.13 (3), 2 **行目：**

$$\text{“}x^2 \geqq 0 \textbf{ に代入した”} \Rightarrow \text{“}x^2 \leqq 0 \textbf{ に代入した”}$$

- **講義ノート** 46 **ページ，例** 6.13 (4), 2 **行目：**

$$\text{“}x^2 \geqq 0 \textbf{ に代入した”} \Rightarrow \text{“}x^2 < 0 \textbf{ に代入した”}$$

おしらせ

11 月 12 日（水）12:15 より防災訓練が実施されます．

次回授業終了直後ですので，一緒に逃げましょう．

通知文

質問から

Q: テイラー級数は生活でどのように利用するのですか?
┏(^o^)┓ホモォー

A: だれの生活ですか? 山田は毎日のように使っていますが．

問題: 今日の為替レート (1 米ドル = 113 円) で 10,000 円はいくらに相当するか．

Q: テイラー級数のとき $n = 3$ などで近似するとき $\doteqdot$ ではなく $=$ を使っていいのですか?

A: 「本当に等しい」ところでは $=$ を使ってよいです．そうでないところではだめ．
今回説明したのは，$\doteqdot$ を使いたいところで，ぐっとこらえて不等号 $\leq$, $\geq$ をつかってみよう，という話です．

質問から

Q: **講義ノート** p. 30, **補題** 4.11 **について，テーラー展開を使って得られた式に，ランダウの記号が残っていても良いんでしょうか**?

A: **よく読んでください．ここではテイラー展開なんてしていません.「テイラーの定理の系** 3.7 **を用いて」と書いてありませんか．系** 3.7 **の結論はなんですか**?

質問から

Q: $\tan^{-1} x$ の taylor 展開において，
$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots \ (-1 < x < 1)$ を積分して
$\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} = \dots \ (-1 < x < 1)$ とすることができますが，今回説明があったのは

$$\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots \qquad (-1 \leq x \leq 1)$$

であり，x の範囲が合いません．
上のような $\tan^{-1} x$ の展開をすることは意味がないのでしょうか?

A: 最後の文の意味がわからない．
冪級数の収束半径・項別積分定理・アーベルの定理などによって一般論から説明できる（1 月にやります）

質問から

Q: p. 24（原文ママ：34 のことか?）**定義** 5.2 について，任意の正の実数 ε ならば $|a_n - \alpha| < \varepsilon$ というのは $|a_n - \alpha| = 0$ ということになるんじゃないですか?

A: 写すならちゃんと写しましょう.「任意の正の実数 ε ならば」は何を言っているのでしょうか.

Definition (定義 5.2)

数列 $\{a_n\}$ が実数 α に収束するとは，次が成り立つことである.

> 任意の正の実数 ε に対して以下をみたす番号 N が存在する：
> $n \geq N$ をみたす任意の番号 n に対して $|a_n - \alpha| < \varepsilon$ が成り立つ.

数列 $\{a_n\}$ がいかなる数にも収束しないとき，発散するという.

羊羹の三等分

実数の連続性

公理 (公理 5.12)

各項が実数の，上に有界な単調非減少数列は収束する．

- **アルキメデスの原理（命題 5.16）**

$$\lim_{n\to\infty} n = +\infty, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$$

- **十進小数（例 5.14）**
- **自然対数の底 e の定義（問題 5.8）**