

## 幾何学概論講義資料 12

### お知らせ

- 中間試験の答えは、数学事務室にて絶賛返却中。定期試験の持ち込み用紙が綴じこまれています。
- 授業評価へのご協力お願いいたします。

## 12 復習（前々回の問題）

- 10-3 曲面  $p(u, v)$  上の曲線  $\gamma(t) = p(u(t), v(t))$  の各点  $\gamma(t)$  が臍点でなく、その点における速度ベクトル  $\dot{\gamma}(t)$  が主方向をあたえているとき、 $\gamma(t)$ （あるいは、 $uv$  平面上の曲線  $(u(t), v(t))$ ）を曲率線という。 $\gamma(t)$  が曲率線であるとき、

$$q(t, s) := p(u(t), v(t)) + s\nu(u(t), v(t))$$

であたえられる曲面のガウス曲率を求めなさい。ただし  $\nu(u, v)$  は曲面  $p$  の単位法線ベクトル場である。（ $K = 0$ ）

- 10-4 曲面のパラメータ表示  $p(u, v)$  において  $u$  曲線、 $v$  曲線が曲率線であるとき、 $(u, v)$  を曲率線座標という。曲率線座標のもとでは第一基本行列と第二基本行列が共に対角行列であることを示しなさい。
- 10-5 曲面  $p(u, v)$  上の曲線  $\gamma(t) = p(u(t), v(t))$  の各点  $\gamma(t)$  における速度ベクトル  $\dot{\gamma}(t)$  が漸近方向をあたえているとき、 $\gamma(t)$ （あるいは、 $uv$  平面上の曲線  $(u(t), v(t))$ ）を漸近曲線という。とくに  $u$  曲線、 $v$  曲線が漸近曲線であるとき、 $(u, v)$  を漸近線座標とよぶ。漸近線座標のもとで、第二基本量は  $L = 0$ 、 $N = 0$ 、 $M \neq 0$ （したがって、漸近線座標が存在すれば自動的にガウス曲率は負）となることを示しなさい。
- 10-6 一葉双曲面  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  の曲率線座標と漸近線座標を求めなさい。（ $p(u, v) = (\cosh u \cos v, \cosh u \sin v, \sinh u)$  とすると  $(u, v)$  は曲率線座標； $\xi = w + v$ 、 $\eta = w - v$ ； $w = \tan^{-1} \sinh u$  とすると  $\xi, \eta$  は漸近線座標。）

### 問題

- 12-1 方程式  $x^4 + y^4 + z^4 = 1$  で表される曲面の平均曲率の絶対値が最大になる点を求めなさい。
- 12-2 グラフ  $z = x^2 - y^2$  を漸近線座標で助変数表示しなさい。