

微分積分学第一 (1)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

<http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2015/calc1/>

2015.06.12

目標1：次の文が読める

水素原子の時間に依存しない Schrödinger 方程式

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta\psi - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\psi = E\psi \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

を解くために，極座標変換

$$(x, y, z) = (r \cos \theta \cos \phi, r \sin \theta \cos \phi, r \sin \phi)$$

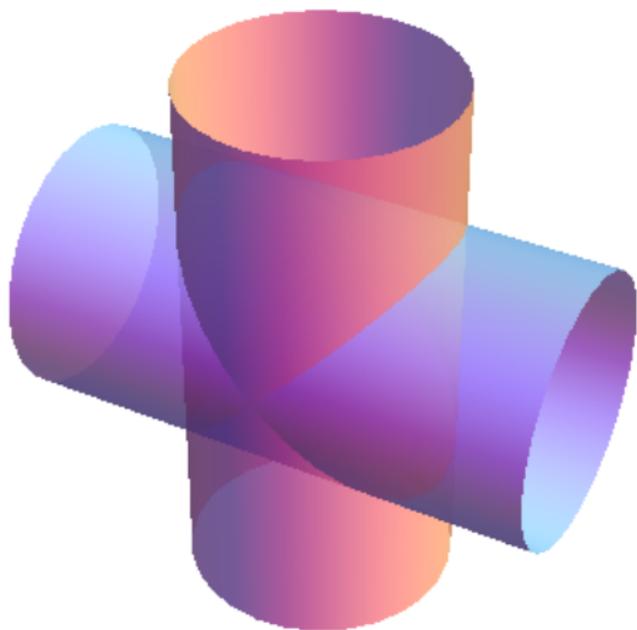
を行うと，ラプラシアン Δ は

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - \frac{1}{r^2} \tan \phi \frac{\partial}{\partial \phi}$$

と書き換えられる．

目標 2 : 例えば

ふたつの円柱の共通部分の体積が計算できる :



目標3：次がわかる：

$$\begin{aligned}\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx\right]^2 &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx\right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy\right) \\ &= \iint_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2} dx dy \\ &= \iint_{\{(r,\theta) \mid r \geq 0, -\pi \leq \theta \leq \pi\}} e^{-r^2} r dr d\theta \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \left[\int_0^{\infty} r e^{-r^2} dr\right] d\theta \\ &= \pi\end{aligned}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

Gauss

配布物と資料

- 講義資料 1: **講義概要** + **授業日程**
逐次説明はしないが目を通しておくこと。
- 講義ノート: **今回** + **次回**
毎回次の週の講義ノートを配布するので事前に目を通してほしい。
- **質問用紙**
指示にしたがって提出: **今回は必須**; **ポスト**
書かれたものは個人が特定できない形で公開する。

配布物・質問用紙・および提示資料(これ)のハンドアウトは

- **講義 web ページ**
- **東工大 OCW**
OCW=Open CourseWare

からダウンロードできる。

数学相談室: 本館 1 階 H113/114 講義室 (月火木金 16:45-18:45)

演習

- 微分積分学演習第一
(水曜日 1/2 時限 ; 柴田将敬先生)
- この科目とセットになっているので
両方とも履修登録しないとエラーがでます。

2015 年新入生以外で、講義のみを履修希望の方：
担当者（山田）までお知らせください。

成績評価

講義資料 1 に演習の条件を加えました：

- 以下の 2 回の試験（**授業日程**参照）を受験するのが単位を得るための必要条件：
 - ▶ 中間試験
 - ▶ 定期試験
- 成績は，講義（2 単位）と演習（1 単位）をセットでつけます。
 - ▶ 定期試験の成績
 - ▶ 演習での小テストのスコアがともに一定の基準以上の方は単位を得ることができます。
- 成績が境界の方は，
 - ▶ 中間試験
 - ▶ 提出物のスコアを考慮することがあります。
- 上記以外は考慮しません。

提出物

質問用紙

- 毎週金曜日，講義のあと 17 時まで提出．
- 講義内容に関する質問/講義資料などの誤りの指摘．
- 3 点満点で採点
- 授業などに関する意見，希望：成績に無関係．
- 質問・意見は講義資料にて公開します．

Q and A

- Q: なぜ質問を提出してもらいそれを公開するのか
- A: わかったつもりなのにのことも「質問を探す」つもりで思い返すとわかっていないことがわかる，ということを体験してもらう．
- A: 意図が伝わるように質問の文章を書く，すなわちプレゼンテーション能力を身につけてもらう．
- A: 受講者に何が伝わっていて，何が伝わっていないかを担当講師が知るための材料とさせてもらう．
- A: クラスメイトの質問を読むことによって，自分の見逃していた点に気がついてもらう．
- A: クラスのコミュニケーションの材料にしてもらう．

Q and A

Q: 質問の提出が当日 17 時なのはなぜ

A: (直後でないのは) 授業後受け取るとなくす可能性があるからです。

A: (もっと後ではないのは) 提出物の整理の時間の問題，すなわち山田の処理能力の問題です。

Q: 提出用紙の体裁を指定するのはなぜ

A: 用紙サイズや，学籍番号や名前の場所がまちまちな提出物が 100 件くることを想像してください．処理に 1 か月かけるならそれもよいですが．

A: 提出物は，バックアップとしてスキャナで読み込んでいます．サイズが違うものは別にして読み込ませ，学籍番号順にソートし直さなければいけません．ステープラの針は外さなければなりません．

Q and A

Q: 全てわかっているので質問はありません .

A: そんなことはありません .

Q: 質問を言葉にできません

A: そう . 言葉にするのは難しいのです .
難しいから課題なんです .

第1回講義 (前半)

- 関数電卓
- 指数関数 ($e^x = \exp x$)
- 対数関数 ($\log x$ vs. $\ln x$)
- 三角関数 ($\csc x \dots$)
- 逆三角関数 ($(\sin x)^{-1}$ vs. $\sin^{-1} x$)
- 双曲線関数 ($\cosh x$ vs. $\cos hx$)