

微分積分学第一 (6)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

<http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2015/calc1/>

2015.06.30

お知らせ

- 授業評価へのご協力をお願いいたします。

回答数 5/受講登録者 114 (2015年6月30日 06:30 現在);
目標: 90/114

- 次回

7月3日に 中間試験の予告

を行います。お誘い合わせの上ご出席ください。

講義資料 (6) 訂正

1 ページ, 前回の補足「微分可能性について」

- 一般に n 変数関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ が (a_1, a_2, \dots, a_n) で微分可能であるとは, 定数 A_1, \dots, A_n をうまく選んで

$$\begin{aligned} & f(a_1 + h_1, a_2 + h_2, \dots, a_n + h_n) - f(a_1, a_2, \dots, a_n) \\ &= A_1 h_1 + A_2 h_2 + \dots + A_n h_n + \sqrt{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_n^2} \varepsilon(h_1, h_2, \dots, h_n) \end{aligned}$$

とおくとき $\lim_{(h_1, \dots, h_n) \rightarrow (0, \dots, 0)} \varepsilon(h_1, \dots, h_n) = 0$ が成り立つようにできることである.

ご意見から

ご意見： オススメの問題集教えてください/おすすめの問題集ありますか
計算問題などがたくさんある問題がほしいです。

コメント： アメリカのテキストは問題がたくさんあって面白い。
たとえば
Calculus/ *Schaum's outline series*
Calculus (J. Stewart)

日本語の本はそれこそ「星の数ほど」出版されている。
図書館や書店で少なくとも10冊くらい見て、自分に合いそうなものを探しましょう。

ご意見から

ご意見： 先生がよくおっしゃる「ウロボロスの蛇」が、どのような意味で用いられているのか気になります。

コメント： 循環論法の意味で使っています。

[Wikipedia](#)

ご意見： 先生は普段何の研究していらっしゃるのですか？

コメント： 微分幾何。

[Google Scholar](#)・[裳華房](#)

ご意見： 先生は結婚していらっしゃいますか
先生って wife と son はいいますか？

コメント： 個人情報です。

ご意見： WTF!! 愛と勇気だけが友達です XD

コメント： 友達少ないんだ。

ご意見から

ご意見： 講義資料の “Sorry” や “Thanks” 等が全角なのが気になる .

コメント： 全角ではないのです . $\text{L}^{\text{T}}\text{E}^{\text{X}}$ の “tiny” サイズで使われるフォントはこういうデザインの様です . 小さくても視認性の良いように横幅を大きめにとっているのですね .

ご意見： 質問は書いてほしいのに , 一人一つというのは質問は多い方がいいのでは? と思ってしまいます .

コメント： 純粹に山田の処理能力の問題です , と答えてしまいます .

ご意見： むずかったです/むずかしい .

コメント： よかった . 大学まできて簡単なことばかりじゃつまらないものね .

Q and A

- Q: 講義資料の文章の文末にしばしばあらわれる \diamond や \square は何を示す記号ですか .
- A: \square : 証明終わり (一般的な記号 . Halmos 記号ともよばれる .)
 \diamond : 例の終わり (一般的ではない記号 . 使用例)
- Q: p. 33, 例 3.22 (i) 中の $\tilde{\sigma}$ という記号の意味について教えてほしい .
- A: $\tilde{\sigma}$ で一つのものを表す文字 .
 A と A' の関係のような .
- Q: 単語や熟語の英語表記に a と the が混在してるのは何故?
- A: 中学・高校で学んだように「一般の何か」を表す単数可算名詞には不定冠詞「特定の何か」を表す名詞には定冠詞 .

Q and A

Q: 講義中に黒板にかいた「 $f(x, y)$ in # 6 は $(0, 0)$ で連続でない」のうち in # 6 はどういった意味なのでしょう？

A: “#” は **number** と読む．“# 6” は “number 6” ．

Q: 「微分可能でない」を「微分不可能である」と表現することは可能ですか？ 教科書でも講義ノートでも前者の表現をしていたので気になりました ．

A: 微分可能 \neq 微分 + 可能

定義 区間 $I \subset \mathbb{R}$ 上で定義された 1 変数関数 f と $a \in I$ に対して
極限值

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

が存在するとき， f は a で**微分可能**であるという ．

Q and A

- Q: 講義ノート p. 27 の領域について：
高校数学で領域を図示する問題では，端を含んでいるものがあつた．高校数学では 1 変数関数だったので端も含んでもよかったのですか．
- A: 「1 変数関数だから」は間違い．
「領域」の高等学校での定義と，ここでの定義が違う．
多数派はここでの定義．
- Q: “座標平面 \mathbb{R}^2 の部分集合 D が領域であるとは，‘それがひと続きで端をもたない’ ことである” (p. 27) とありますが，それは「 D は x と y それぞれについて開区間である」という表現と同じですか？
- A: 多分いいえ．
山田は赤字の部分の意味が分からないので判定できない．
- Q: 領域はどうして端をもってはいけないのですか．
- A: 関数の，すべての方向に関する変化を調べたいから．

講義資料 (6) 訂正

1 ページ, 前回の補足「微分可能性について」

- 一般に n 変数関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ が (a_1, a_2, \dots, a_n) で微分可能であるとは, 定数 A_1, \dots, A_n をうまく選んで

$$\begin{aligned} & f(a_1 + h_1, a_2 + h_2, \dots, a_n + h_n) - f(a_1, a_2, \dots, a_n) \\ &= A_1 h_1 + A_2 h_2 + \dots + A_n h_n + \sqrt{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_n^2} \varepsilon(h_1, h_2, \dots, h_n) \end{aligned}$$

とおくとき $\lim_{(h_1, \dots, h_n) \rightarrow (0, \dots, 0)} \varepsilon(h_1, \dots, h_n) = 0$ が成り立つようにできることである.