

# 訂正

- 講義資料 10, 3 ページ, 25 行目 : 積部した  $\Rightarrow$  積分した

# 微分積分学第一 (10)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

<http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2015/calc1/>

2015.07.14

# お知らせ

- **授業評価**へのご協力をお願いいたします。

回答数 **18**/受講登録者 114 (2015年7月13日 16:00 現在);

目標: **90/114**

自由記述欄から (7月3日以降分)

**ご意見**: 微積楽しい

**コメント**: それはよかった。

**ご意見**: 生徒からの質問を積極的に受け付けている点が非常にありがたかった。

**コメント**: ご活用ください。ちなみに生徒ではなく学生。**学校教育法/高等学校/大学**

**ご意見**: 催促されたので回答してみた。催促のない授業は面倒なので回答しない。

**コメント**: そうですよな!

# お知らせ

- **Christmas Lecture** at TiTech, 12. Sept. 2015.  
締め切り **7月末日** . いそげ!
- 7月3日に**予告** しましたように , 次回 **7月17日** に中間試験を行います .
- 講義 web ページ/OCW にある**提示資料** には , web ページ・Java アプリケーション・動画へのリンクがはられています . このリンクが想定どおりに働かないなどの状況がありましたらご報告いただけると助かります .

## ご意見から

ご意見： 中間試験，簡単にしてください（期末も）

コメント： なぜ？

~~あまいいらばかたからかんたんなものだいいしかとけんたろ~~

ご意見： テストには皮フなどに生存しているダニや微生物は持ち込めますか．

コメント： はい，ぜひ持ち込んでください．

ご意見： 実はこの授業がいきなり 2 変数関数の微分から始まることにびっくりした（どうして limit から始まらなかったのか ΠΠ ショック）

コメント： 工学部からの強い要望がありました．

ご意見： 黒板の一番上 20cm くらいが見えないです．

コメント： そうですか．気をつけます．

## ご意見から

ご意見： 授業評価は何をかいてもいいですか？

コメント： はい，何でも．何が書いてあっても怒らないようにがんばります．

~~怒らないようにがんばります~~．怒りません．

ご意見： 教授が講義の始まりのときに学生と一緒に席についているのが，笑点の歌丸さんみたいで面白いです．

コメント： 以前は，先代の圓楽でしたね．その前は三波伸介．

ご意見： ケクレが夢で見た蛇は，[ウロボロスの蛇] だと思う．

コメント： そう？

ご意見： 微分！ 積分！ 偏微分！ 重積分！ 周回積分！ セブン！ イレブン！ いい気分！（[顔文字] 略）

コメント： 手間かけさせやがって...

## Q and A

Q: なぜ先生は授業中に「微分より積分の方がやさしい」と連呼していたのでしょうか．先生は「微分より積分の方がやさしくないと考えている」ということですか．「やさしい」の定義は先生が考えた定義で構いません．

A: 「A と B のどちらがやさしい」という文の曖昧さを理解してもらえればよいのです．「微分より積分のほうが難しいのは当たり前だよな」というような暴力的な発言はしないように．

## Q and A

- Q: 順番的には積分の後に微分の考え方が生まれたのだと思いますが、どのような経緯で微分がうまれたのですか（物理?）
- A: 一義的ではない．[Newton]（[これ]ではない）は物理の気分が強かったような気もするが [Leibniz]（[これ]ではない）はそうでもないと思う．「近似」の考え方は重要．
- Q: 積分がギリシャ時代からあったとききましたが、微分の考え方はいつごろからあったのですか．
- A: 萌芽は12世紀くらいと思われる（山田は曖昧にしか知らない）．形をある程度はっきりさせたのは Newton, Leibniz だと思う．
- Q: 高校では微分の逆演算として関数の積分を計算していた．積分しかなかった時代では、そのような演算は行われていたのか．
- A: いいえ．微分の逆演算で積分が求まるのは、「微積分の基本定理」（定理 5.11）というハイ・テクノロジーがあるから



## Q and A

Q: 円錐のが底面の面積  $\times$  高さ  $\times \frac{1}{3}$  という式の  $1/3$  の理由が  $x^2$  を積分した  $x^3/3$  の  $1/3$  の部分とお話になっていたのですが,  $x^2$  はどういうことを表しているか, 話していたと思うんですけど, 理解が追いつかなかったので, もう一度説明をお願いします.

A: 高等学校の教科書.

Q: 四重積分を使うのはどんな時ですか.

A: 4変数関数の値の何らかの意味での総和を求めるとき.  
例えば [こんなの] を見つけました.

## Q and A

Q: 例えば  $f(x)$  を  $x$  で 2 回積分したいときにも  $\iint f(x) dx dx$  と書いたりするんですか?

A: 書きません．できるだけ定積分の形で書くのが誤解を招きません．たとえば， $f(x) = x^2$  のとき，

$$\int_0^x \left( \int_0^t f(u) du \right) dt = \int_0^x \left( \int_0^t u^2 du \right) dt = \int_0^x \frac{t^3}{3} dt = \frac{x^4}{4},$$

$$\int_0^x \left( \int_1^t f(u) du \right) dt = \int_0^x \left( \int_1^t u^2 du \right) dt = \int_0^x \frac{1}{3}(u^3 - 1) dt = \frac{x^4}{4} - x.$$

Q:  $\int$  が増えた時，たとえば  $\int$  が 8 個あるときは， $\iiint \iiint \iiint \iiint$  と書くのですか？ それとも 8 個の  $x$  の積を  $x^8$  と表せるように， $\int$  もそのような表し方があるのですか？

A:  $\int^{(8)}$  などとはあまり書かないように思います． $dx_1 dx_2 \dots dx_n$  の部分の個数で積分の回数はわかってしまうので， $\int$  と一本だけ書くことも多いし， $\int \dots \int$  などと書くこともあります．

## Q and A

- Q: 重積分での式  $\iint f(x, y) dx dy$  において, なぜ偏微分と同じように  $\partial x, \partial y$  と書くのではなく  $dx dy$  と書くのですか. 多変数でも  $\partial$  でなく  $d$  を使うのですか.
- A: 実はこの  $dx$  は「全微分」と思うのが自然だからです.  $x$  の変化量  $\Delta x$  の極限だから, と思ってもよいです (全微分は関数の値の変化量の近似とみなせる, 講義ノート (3.6) 式参照). 「微分形式」を知っていると,  $dx dy$  は, 全微分  $dx$  と  $dy$  のウェッジ積  $dx \wedge dy$  と (ほとんど) 同じなのですが, この授業の範囲を超えます.