

微分積分学第二 B (8)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

<http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2015/calc2/>

2016.01.19

講義ノート訂正

- 講義ノート 40 ページ , 一番下 : 上限であるが \Rightarrow 上界であるが
- 講義ノート 48 ページ , 問題 IV-7 の (3): f が 0 で連続 \Rightarrow 導関数 f' が 0 で連続
- 講義ノート 48 ページ , 問題 IV-6:
収束してるとする \Rightarrow 収束しているとする
- 講義ノート 48 ページ , 問題 IV-9:
 $Y : -\{f(x) \mid a \leq x \leq b\} \Rightarrow Y := [f(a), f(b)]$ とする .

講義ノート IV

お知らせ

- 1月22日(金)は「ジェネリック・スキル」測定試験「PROG」を受験していただきます。教育改革に伴う学生のジェネリック・スキルの現況調査が目的です。ご協力ください。通常の時間に通常の教室までおいでください。

<http://www2.gakumu.titech.ac.jp/kyoumu/kaikaku/doc/2015prog.pdf>

- 1月26日(火)に中間試験を行います。講義 web ページ 参照。

質問から

Q: 否定するから “でない” ってどういう意味ですか??

A: deny

Q: 下のギャグを思いついてから永遠にこれしか頭にありませんでした .

どもるがんをわすれてどもるがん .

A: 困りましたね .

質問から

Q: 関数 f に対して $f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 > 0$ ならば (以下略) じゃないですか. $f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 = 0$ のときはどっちなのですか? 授業中に説明してたらすみません. きいてなかったです.

A: 問題 III-12 の解説として 1 月 8 日にやった.
本当に聞いてなかったのね.

答: 場合による. 定理 3.12 では判定できない.

ちなみに, 佐藤雅彦の「**じゃないですか禁止令**」って読んだことあります?

質問から

Q: 講義ノート 46 ページ, 上から 9 行目, 「(4.3) 「 P ならば Q 」は「(P でない) または Q 」と同値」はどのようにして導けるのでしょうか? 命題の真偽は対偶と一致するので, 「 P ならば Q 」は「(Q でない) ならば (P) でない」というのは理解できるのですが.

A: 「(P でない) または Q 」は「 P ならば Q 」の定義と思って下さい.

P	Q	not P	Q	(not P) or Q	$P \Rightarrow Q$
真	真	偽	真	真	真
真	偽	偽	偽	偽	偽
偽	真	真	真	真	真
偽	偽	真	偽	真	真

質問から

Q: 講義ノート 46 にて (山田注: 46 ページのことか?) 真偽いずれかの値をとる文とあるが, 真偽のことを値とよんでいいのだろうか.

A: よいです.
プログラミング業界ではとくにそう言います.
「**ブール値**」「Boolean」で検索.

質問から

- Q: 自然数のうち3の倍数と7の倍数のそれぞれの個数の大きさを次のように考えました。
 n を自然数であるとする。1以上 $21n$ 以下の自然数のうち、3の倍数は $7n$ 個、7の倍数は $3n$ 個である。 $n \rightarrow \infty$ とすれば、
- 自然数全体での3の倍数の個数、7の倍数の個数を表す。
- ところで、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n}{3n} = \frac{7}{3} > 1$ なので、3の倍数の方が多いと考えました。この考えに論理的でない点はあるでしょうか。
- A: ここ「個数」が定義できない可能性を排除している。無限個のものを数えるには慎重さが必要で、考える問題によって数え方とその結果が違います。
- 「ヒルベルトのホテル」で検索。
Rudy Rucker の「ホワイト・ライト」にもネタとして使われていますね。

ところで

問題： 羊羹（ようかん）を3等分せよ

仮定： 2等分は正確にできる；**つっこまない！**

質問から

- Q: 任意の $\varepsilon > 0$ をとれるわけであるから $\varepsilon = \frac{2}{3}$ をとるならば, #5, 6 において (山田注: 黒板番号のことか)
 $-\frac{2}{3}x^2 < R(x) < \frac{2}{3}x^2$ とできてしまい, x^2 の符号をくつがえし得てしまうと思います. 何か ε に対する制約が必要ではないのでしょうか?
- A: 文脈を適当に想像して答えます: $\lim_{x \rightarrow 0} R(x)/x^2 = 0$ なので「任意の $\varepsilon > 0$ に対して, ...」ということが成り立っている. それが「仮定」この時点で ε に制約はない. だから, 結論が導けるような ε を好きなように選んでよい. わざわざ結論が導けない $2/3$ をとる必要はない.