

2016年11月24日(2016年12月8日訂正)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

## 幾何学概論第一 (MTH.B211) 講義資料 7

### お知らせ

- 定期試験の答案を返却します。受け取れなかった方は、数学事務室(本館3階332B)にて受け取って下さい。
- 採点に関する質問・クレームなどは2016年11月30日までに山田まで電子メールにてお申し出ください。上記期日以降のクレームは、たとえこちらの採点に不備があったとしても受け付けません。ご了承下さい。また、返却答案を受け取らない方はクレームをつける権利がありません。
- 定期試験の答案、提出物に書かれたもの以外は成績評価の材料にいたしません。

前回までの訂正： 講義資料5, 質問5: 起動 ⇒ 軌道

### 定期試験のコメント

問題 A ● 記号は問題文に合わせましょう。 $k$  ( $\kappa$ のことだと思いますが、別の文字) や  $\dot{\gamma}$  (この文脈では  $\gamma'$  しか使っていません) と書いた方は得点がついていないはず。 $\mathcal{F}$  がスク립ト体になっていない方も複数。判定が微妙なので今回は減点していません。「スク립ト体を手書する書き方がわからない」という方は、講義に出席していませんね。問題文で「太字」となっているベクトルは、その記号を踏襲するのが普通だと思いますが、これも判定が微妙なので減点していません。また、あるところで  $\vec{e}$  という記号(授業では使っていない)を使ったにもかかわらず、それ以降  $e$  と書いている、という自ら矛盾した答案を書いた方もいらっしゃいました。

ベクトルの大きさは、講義やテキストでは  $|e|$  と一重線を使いました。何人か  $\|e\|$  を使った方がいらっしゃいました。問題文にはどちらも使われていないので、今回は減点していません。

どうしても問題文と違う記号を使いたいのであれば、その旨明記して下さい。そうしないと、問題と違うことを言っていると判定されても文句が言えません。

- 2: 曲率の定義に  $\det(\gamma', \gamma'')$  を採用していた方数名。空間曲線を扱っているのに、考えている行列は  $3 \times 2$  ですが、行列式って何?

問題 Aa: 若干名ですが、 $|e| = e \cdot e$  とされた方がいらっしゃいました。誤りです(左辺に2乗が必要)。

問題 Ab: ● 直交行列となることを示して、行列式に関する議論がなされていないのは不正解。

- $\{e, n, b\}$  が正規直交基底をなすことから  ${}^t\mathcal{F}\mathcal{F} = I$  が従います。「 $\{e, n, b\}$  が正規直交基底だから  $\mathcal{F}{}^t\mathcal{F} = I$ 」とした方は不正解にしました。

問題 Ac:  $\Omega^{-1}$  を考えた方、3次交代行列の行列式はいつでも0なので(理由を考えよ)不正解にしています。

問題 Ae: ● 結論は“ $\gamma_2 = A\gamma_1 + q$ ”となる部分です。「よって回転と平行移動で...」と書いて、これが「結論である」としていた方がいらっしゃいましたが、問題文と適合していません。

- なぜか  $q$  を  $b$  と書いた方が複数ありました。過去問ですね。過去問の解答例には「記号  $b$  はまずかった」というコメントがあったはずですが見ていませんか? なぜこの文脈で  $b$  を使うのがまずいのでしょうか。
- 解答例は  $\gamma_2 = A\gamma_1$  から  $\gamma_2 - A\gamma_1$  が定ベクトルであることを示しています。そこまでの議論でも「微分が0だから定数」という論法を使っているのですが、ここでは積分を使った方が多かったですね。本質的には同じかもしれませんが、解答例のような議論もできるようにしておいてください。

問題 Af: ● 形式的に結論に至っていないものには得点を与えていません。

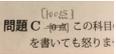
- 示すべきことは「曲線の存在」。だから証明の冒頭では曲線は存在していません。フルネ棒も存在しません。

問題 B ● (1), (2) とともに「結論に至る理由」がなにもないものには得点を与えていません(答えだけなら過去問をもっとくればすぐにわかる)。

- (1) が不正解でも、それからスタートして (2) の図が正しければ (2) は得点を与えています。

## 定期試験問題 C への回答

この科目の講義, 教材, 試験などに関する意見, 希望, 誹謗, 中傷などをお書きください. 何を書いても怒りません.

- 全体的に分かりやすかった. 山田のコメント: それは残念. 分かりにくい方が残ると思うんですが.
- 課題 (宿題) を解く時間ももっとほしいです. / 課題の提出の期限を翌日より遅くしてほしい.  
山田のコメント: 金曜日提出を逃すと週が明けてしまうのでフィードバックが難しいのです. 金曜日夕方ではどうですか?
- なかなか微分幾何は楽しい. 山田のコメント: よかった.
- 空間曲線の基本定理の存在性の証明ド忘れした. 山田のコメント: 残念
- この教室 (H137) の椅子がかたくておしりが痛いです.  
山田のコメント: 他の教室は大丈夫なんですか? 座布団持ち込み可にしましょうか.
- 試験に途中退室制度があるとうれしいです. 山田のコメント: 検討します.
- “何を書いても怒りません” と言われ, じゃあ何も書かなかった場合は怒るのか, と疑問に思った私は, 早速, 命題「何を書いても山田教授は怒らない」を述語論理として記号化し, 真偽を考えようとした. だが, 既に私はこの回答欄に文字を書いているので, 結論として山田教授が怒らないことに変わりはない. 紙に書いた時点でナンセンスとなってしまっている. 私が得るべき教訓は, このくらいの記号化は頭の中でできるようになれ, ということかもしれない. 誠に学ぶことが多い先生の問題文には脱帽せざるを得ない. また 3Q の単位には絶望せざるを得ない. 脱帽と絶望をかけたしょうもないギャグ, どうか怒らないでください. あーおもしろー.  
山田のコメント: そうか? (怒ってません)「何も書かなかった場合」は, 問題文では言及されていません.
- 第 1 回のときにそうだったように, 講義資料に問題を多くのせていただけると有難いです.  
山田のコメント: 第 2 回以降は教科書にも問題があるので, あまり載せないようにしました.
- 解答用紙がちゃんと順番になるように配ってくれてありがたかったです.  
山田のコメント: 逆順だったと思いますが...
- (単位が取れている場合) 第 4Q もよろしくお願いします. (単位が取れていない場合) 今までありがとうございました.  
山田のコメント: 4Q だけとってまよいと思いますが.
- 単位行列  $\begin{pmatrix} \text{単位} & 0 & 0 \\ 0 & \text{単位} & 0 \\ 0 & 0 & \text{単位} \end{pmatrix}$   山田のコメント: なんで?
- テストの問題が解きやすい量になって嬉しいです. 講義も説明が面白い時があって良かったです.  
山田のコメント: 物足りないかもね.
- 構義 (原文ママ: ひょっとしたら講義のこと?) プリントの間に解答例が欲しいと思いました.  
山田のコメント: 思っただけです.
- お願いですから採点を甘くしてください. 後部分点多めにください.  
山田のコメント: 前半: なんで? 後半: ユークリッド原論第 I 巻, 定義 1: 点とは部分のないものである.
- 試験でどこまで仮定してよいかわからなかった. (線形代数の知識など)  
山田のコメント: 適切に書いてあれば, あなたがどこまで仮定したか読みとれますので大丈夫です.
- ここ最近, 教室がめちゃくちゃ寒いんですが, 先生は寒くないんですか. エアコンをつけないと寒すぎて授業に身が入りません.  
山田のコメント: Sorry. 山田は暴れているので気が付かないので, 寒いと思ったらエアコンを勝手に入れてください. 試験のときは監督者に伝えてください.
- 授業で質問用紙にコメントしたとき, 「あなたの言っていることがわからない」と言われるたびに悲しい思いをしました.  
山田のコメント: わからない文が自分の目の前にあると「悲しい」ものです. コミュニケーションの訓練と思って「山田にわからせる」文を書く練習をして下さい. 「わからない」のあとにこちらからいくつか「これはどういう意味ですか」という質問をしているはず. 検討していますか?
- 大変だった 山田のコメント: me, too.
- \* \* \* \* 学部 (山田注: 個人が特定できないように伏字) 線形代数がガバガバだったので, たまについていくのがつらかったです.  
山田のコメント: 一応, 前提科目なので...
- 多様体入門の本も書いてください. 山田のコメント: 断っちゃったんですよ.
- 分かったような, 分かってないような... 山田のコメント: よくあることですね.
- 点数が良くなかったときにレポートの点を加算するとおっしやっていましたが, まあまあ (80 点など) の場合も加算されますか?  
山田のコメント: すこしだけ.
- 幾何学概論第二 (原文ママ: 幾何学概論第二のことか) も履修させていただきます. 山田のコメント: よろしく.
- 積分の計算の訓練は必要だと感じました.  
山田のコメント: 趣味の積分, ってありがちな気がします.
-  問題 C (神威) この科目を書いても怒りま 山田のコメント: 改竄禁止