

2017年12月1日(2017年12月8日訂正)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

微分積分学第二講義資料 0

講義概要

開講時期など

開講時期 第4四半学期
開講曜日・時間 月曜日・3/4時限;金曜日・1/2時限
教室 本館 H121
対象クラス クラス N (ユニット 11-20)
担当者 山田光太郎 (Kotaro Yamada); 理学院数学系

重要なポイント

- <http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2017/calc-2/> (この授業の公式ページ)
 - <http://www.official.kotaroy.com/class/2017/calc-2/> (この授業のページ; ミラーサイト)
 - <http://www.ocw.titech.ac.jp/> (東工大 OCW, 教養科目群から検索)
 - kotaro@math.titech.ac.jp (山田の電子メール)
 - 本館 2 階 231 (山田の部屋; 提出物ポストはここ)
 - 本館 3 階 332B (数学事務室; 答案返却など)
 - 本館 1 階 H114 講義室 (数学相談室: 月火木金 16:45-18:45)
- [http://www.math.titech.ac.jp/~jim/Syllabus/H29\(2017\)/questiontime.html](http://www.math.titech.ac.jp/~jim/Syllabus/H29(2017)/questiontime.html)

講義概要 微分積分は数学の各分野において基本的である事柄を多く含み, 理工系に進む者にとって欠くことができない数学的教養のひとつすなわち「理工系の掛け算九九」である. この科目では高等学校で学んだ微積分・前期開講の「微分積分学第一」に続き, 微分積分学の基礎を学ぶ. とくに, この科目では

平均値の定理・テイラーの定理・極限と実数の連続性・冪(べき)級数・極値問題

を扱う. なお微分積分学演習第二の履修は必須である.

講義の目的 微分積分学の基本的事項を身につける.

講義計画 原則として「月曜日+水曜日(演習)+金曜日」の3回を1つのセッションとします. 詳細は別紙授業日程表をご覧ください.

- 金曜日に翌週の授業の内容の「講義ノート」を配布します. これに月曜日までに目を通してください.
- 月曜日に当該セッションの内容の講義を行います. これについての「質問」「誤りの指摘」を提出して下さい. 締め切りは原則として授業の週の水曜日 13 時です. 詳細は後に記します.
- 水曜日はこのセッションの内容の演習を行います(染川先生).
- 金曜日に, 質問の内容を踏まえ, 講義を行います.

教科書 三宅敏恒「入門 微分・積分」(培風館) [主に第2章・第1章・第6章を扱う];
配布する講義資料・講義ノート.

成績評価の方法

- 別紙授業日程のように、試験を2回行います。これらの2回の試験を受験することが単位を得るための必要条件です。(十分条件ではありません)。
 - － やむを得ない理由で試験を受けられない方は事前に(事前にわかっていない場合は事後でも可)講義担当者までご連絡ください。電子メールが便利です。事前に連絡せずに試験に欠席した方は、原則としてその時点で単位を得る権利を失います。
- 成績は主として定期試験の得点で決めます。定期試験の成績が余りよくない場合(とくに定期試験だけでは不合格になってしまう場合)に、中間試験および以下の「提出物」の成績を考慮します。
- 微分積分学演習第二の成績は、微分積分学第二とは独立に評価いたします。一方、微分積分学演習第二の成績は、微分積分学第二の成績をつける際の参考にすることがあります(あくまでも参考です)。
- 月曜日の授業が行われた後に前回までの授業内容に対する質問あるいは講義・講義資料の誤りの指摘を提出してください。これを1回3点満点で評価します。

提出方法 所定の用紙(授業で配布しますが、web ページ上からも入手できます)に記入し、別紙日程表の締め切り日時までに山田の部屋(本館2階231)の前のポストに提出してください。なお、整理の都合上、所定の用紙と異なる形式のものは受け付けません。裏面の使用、用紙の追加も不可。

注意 いただいた質問にはできる限り回答します。なお、質問および回答の内容は公開しますのでご了承ください。とくに質問の文章はできる限り原文を尊重しますので、誤字に気をつけてください。

おまけ 授業に関する感想、意見などがありましたら、提出用紙に付記してください。なお、これらが成績に影響することは一切ありません。もしそのような疑いがある場合は申し出てください。いただいた御意見は個人が特定できない形で公開いたします。ご了承ください。
- いわゆる出席点はつけません。したがって出席もとりません。しかし、出席と関わりなく授業時間中に連絡したことは伝わっているとみなします。いかなる理由であろうとも、欠席された方は、その授業時間で何かなされたか、という情報を次の回までに仕入れておいてください。
- 定期試験後、答案を返却し、成績を確認していただきます。採点、成績に関するクレーム・質問は期間を限って受け付けます。日程は、試験の際にお知らせ致します。なお、成績に関する議論は、提出されたもの(答案・質問)に書かれていることのみを材料とします。

微分積分学第一復習

逆三角関数と双曲線関数

- $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$ を示しなさい.
- $\tan^{-1} x$ の原始関数を求めなさい. (ヒント: $\tan^{-1} x = (x') \tan^{-1} x$).
- 与えられた実数 y に対して $y = \sinh x$ となる実数 x がただ一つ定まる. この x を $\sinh^{-1} y$ と書くことにすると, $\sinh^{-1} y = \log(y + \sqrt{1+y^2})$ が成り立つことを確かめなさい.
- $\sqrt{1+x^2}$ の原始関数を $x = \sinh u$ と置換することにより求めなさい.

偏微分の変数変換

- 定数 $c (\neq 0)$ に対して $\xi = x + ct, \eta = x - ct$ により変数変換 $(t, x) \mapsto (\xi, \eta)$ を定める. このとき, C^2 -級関数 $f(t, x)$ に対して

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -4c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta}$$

となることを確かめなさい. さらに, $f_{tt} - c^2 f_{xx} = 0$ を満たす C^2 -級関数 f は, 2つの C^2 -級の1変数関数 F, G を用いて $f(t, x) = F(x + ct) + G(x - ct)$ という形に書けることを示しなさい.

重積分 平面 R^2 の有界な閉領域 (連結な開集合の閉包) \bar{D} の重心とは

$$\left(\frac{\iint_{\bar{D}} x \, dx \, dy}{\iint_{\bar{D}} dx \, dy}, \frac{\iint_{\bar{D}} y \, dx \, dy}{\iint_{\bar{D}} dx \, dy} \right)$$

で与えられる平面上の点のことである.

以下 a, b を正の定数とし,

$$\bar{D} = \{(x, y) \mid (x - a)^2 + y^2 \leq b^2, x \geq a\}$$

とする.

- \bar{D} を図示しなさい.
- \bar{D} の面積を a, b で表しなさい.
- \bar{D} の重心の座標を a, b で表しなさい.
- 座標空間 R^3 内の xy 平面に \bar{D} を描き, この図形を y 軸の回りに回転させてできる図形の体積を求めなさい (たぶん高等学校程度).

次週の講義

- 今回配布する講義ノート
- 教科書第2章