お知らせ

今回の配布物：

- 講義資料 8 （2 枚）
- 講義ノート V（3 枚）

- 次回演習：1 月 10 日
- 次回講義：1 月 15 日
- 中間試験：2018 年 1 月 29 日
- 試験予告：2018 年 1 月 15 日
皆様お誘い合わせの上，ご出席ください．

講義資料 8 修正：

-

謹賀新年

新しい年が
皆様にとって
素晴らしい年でありますように

二〇一八年一月一日

山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp

微分積分学第二 (8)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2017/calc-2/

2018.01.05

ご意見

ご意見： 友人に山田光太郎に似てると言われました．悲しいです．

コメント： なんで悲しいの？

ご意見： Merry Christmas (**絵省略**)

ご意見： クリスマスなのでようかんではなく，ケーキが良いと思います．

コメント： 日本国憲法第 20 条 3 項：国及びその機関は、宗教教育その他いかなる宗教的活動もしてはならない．

ご意見

ご意見： 内容は難しいですが，例えば分かりやすいので少しは理解できます．

コメント： 「喩え話」に頼り過ぎると的確な理解ができなくなるので注意．

ご意見： ヨウカンに関する考察が興味深かったです．

コメント： どうも

ご意見： (山田注：質問について) 長いので TEX でうちこまなくて大丈夫です．金曜日に出席できたら直接ききにいきます．

コメント： 質問と回答はあなたのためだけのものではなく，クラス全員と共有すべきもの．

ご意見

ご意見： 講義資料の問題の解答例を探しましたが見つかりません．助けてください．

コメント： 講義 web ページのリンクはすべて辿ってみましたか?

ご意見： 公理と同値な命題は本当に同じことを言っているのかとおもうくらい飛躍していて，証明の途中が気になります．

コメント： 講義ノートに証明があります．多少ぶっきらぼうに書いてあるのは「興味があったらみてください」というメッセージ．これが理解できなければ先に進めない，というものではない．

ご意見： ε-δ を用いた証明問題の例をもっと扱ってほしい．

コメント： 今回すこし．10 日の演習でももう少し扱うはず．

ご意見

ご意見： 全部自然言語訳で書こうとすると逆に分かり辛く感じます．特に否定命題を考えるときは，述語論理の言葉使いの方が絶対分かりやすいと思います．

コメント： 人によると思います．「述語論理」的な言葉づかいをしているにもかかわらず理解が浅くて「間違えた」場合，その間違いに気が付かない可能性が非常に高いです．

ご意見： 「論理学チックなことにハマると計算ができなくなるので注意」とのことですが，これらの命題を考えることも non-trivial と思います．数学におけるこれらの価値判断基準はありますか? 今現在，私は論理学の方に楽しみを見出してしまうのですが．

コメント： 人それぞれ．それを使って何をするか，何を理解するか（数学を専門とする場合はとくに後者?）が重要．

質問から

Q23: 「先生は偉い」の否定をする際に「偉い」の基準が人それぞれ異なってくるため証明は不可能であると感じたため，例として良くなかったと思う．そのため「教室にいる人は生徒である」という例をあげ，生徒以外の「先生，教授」が「存在」することを例に挙げるなど，生徒や教授の定義が定まっている例をあげて欲しかった．

A: 喩え話は，必要な性質を抽出して聞く．
この場合「偉い」という属性が定義されている仮定する．
羊羹の三等分も「二等分はできる」という仮定が必要

A: この授業の教室には「生徒」はいません．(学校教育法 89 条)（このように法律上の定義がきちんとある例だと，むしろいい加減なことが言い難いのでわざと避けています）．

質問から

Q21: $0.999\cdots = 1$ になる説明を受けたが，$x = 0.999\ldots$，$10x = 9.99\ldots$ から $x = 1 = 0.99\ldots$ になる方法は問題ないのか気になった．

A: $x = 0.999\ldots$ とおけるか．すなわち右辺が数かという考察が抜けている．
「$S = 1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$ とおくと $S = 1 - S$ なので $S = 1/2$」という誤った議論に似ている．$0.999\ldots$ の場合，収束が分かるのでこうおける．

A: $10x = 9.999\ldots$ はなぜ成り立つか．
数列の極限の性質「$a_n \to \alpha$ なら $10a_n \to 10\alpha$ に収束する」ことによる．

実数の連続性

Definition

次の性質をみたす集合 R を**実数全体の集合**という．

1. 加減乗除が定義されていて，小学校の算数で習った性質を満たす（数学的には**体** field をなす）．
2. 大小関係 $<$ が定義されていて，中学校・高等学校の数学で習った不等式の性質を満たす（ここまでの性質を「**順序体**をなす」という）．
3. 連続性の公理「上に有界な R の部分集合は，上限（すなわち上界の最小数）をもつ」

Theorem

実数の列 $\{a_n\}$ が

- 上に有界：「任意の n に対して $a_n \leqq M$」をみたす M が存在．
- 単調非減少：任意の n に対して $a_n \leqq a_{n+1}$．

このとき $\{a_n\}$ はある実数に収束する．