

2018年2月2日  
山田光太郎  
kotaro@math.titech.ac.jp

## 微分積分学第二講義資料 13

### お知らせ

- 中間試験の答案を返却しています。本日は休講。答案は数学事務室（本館3階332B）にて絶賛返却中。
- 採点に関するクレームなどは2月4日までに電子メールにてお知らせください。
- 定期試験は2月5日に実施します。
- 授業評価アンケートにご協力ください。定期試験の際にアンケートを実施します。

### 前回までの訂正

- 中間試験問題1ページの注意事項2項目目：計算用紙 ⇒ 削除
- 中間試験問題A, 1行目： $\boxed{1} \sim \boxed{29} \Rightarrow \boxed{1} \sim \boxed{30}$
- 中間試験問題A, 2行目：数・式 ⇒ 数・式・記号
- 中間試験問題D：回答欄 ⇒ 解答欄

### 中間試験へのコメント

#### 問題A

- 1:  $e^{\log 3}$  などと書いた答案が複数。間違っていないが、これが3と気づいていないのは問題。不正解。
- 8:  $\cosh \theta x$  をわざわざ  $(e^{\theta x} + e^{-\theta x})/2$  と書いた答案多数。不正解にはしていないが、双曲線関数ってそんなに嫌い？ ちなみに指数関数を用いたゆえの計算間違いと思えるものが2件ほどありました。
- 9:  $\cosh x \geq 1$  だが1より小さい値が複数。門前払いにしてもよいのでは？（今回は普通の減点）
- 10-11: 計算を簡単にするために1の答えを使うことを想定したが、 $0.6 \leq \log 2$  を用いて  $\cosh 0.6 \leq 5/4$  を用いた答案も複数ありました。これを用いると、12-21の精度がひとけたあがる。
- 9-11: 「小数」とは何かかわかっていないものは不正解。
- 12-21: 9-11から結論されるものなら正解。「x」を入れるべきところが空欄なのは不正解。

#### 問題B

- 1: 2つの偏導関数がかけていない人は不正解。 $(\dots)dx + (\dots)dy$  という「全微分」を書いた方がいましたが、「偏導関数」という言葉が通じていないので不正解。偏微分記号が正しくないものも不正解。<sup>\*1</sup>
- 2-5: 問題文にある「 $x$ 座標が小さい順に」に従っていないものは今回は不正解にした。ただし、これは本質的でない、という考え方もあるので、定期試験ではどうするか考慮中。
- 6: 2次偏導関数を全て（3個または4個）書いていないものは不正解。

<sup>\*1</sup> 「理工系教養科目」としての微積分では、微積分を含む内容で他人とコミュニケーションをとる、という技術を学ぶことが必要。ひとりよがりの記号を使うと、そこを理解していないとみなされる。

問題 C

- 1: 「小」と書いた人が多数。授業で紹介した「顔」を思い出そう。
- 2:  $\frac{f^{(4)}(a)}{24}h^4$  は今回は正解としているが、問題文のあとの議論を読むと、ここで  $\frac{-m}{24}h^4$  と書いたほうが「最もよくあてはまる」と思う。
- 4: ここに  $\delta$  を含まれる式を書いている人が多数いましたが、極限の定義はそうなっていますか？
- 4:  $\frac{m}{24}$  では不正解（極値の定義は講義ノート第 3 節に従っているので、最後の不等号が「等号付き」になってしまっはまずい）。 $\frac{m}{24}$  より小さい数なら正解。 $\frac{m}{114514}$  が一名。
- 4: 「任意の  $\varepsilon$ 」は不正解。「極限である」ことを使う場面では  $\varepsilon$  は好きな値を入れてよいのだから、入れる値を指定しなければならない。

問題 D すべての「理由」すなわち「証明」が必要。

- (1): 「対偶をとって」という答えはすべて不正解でした。 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  の否定は  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = r \neq 0$  ではありません。
- (3): 「絶対収束するなら収束」を示して欲しかったが、そういう答えは少数。
- (3): 「絶対収束するならば収束する」という定理がある、ということを示しているものは正解にしています。ただし、それ以外に余計なことが書いてあると不正解。「どれかは当たるだろう」というのは気に食わない。
- (3): 「はさみうちの原理」は不正解。「はさみうち」は両端が同じ値にならなければならないのでは？
- (3): 「上下に有界だから」も不正解。この場合、一般に単調性は言えない。
- (4):  $a_n = -1/n$  の和が収束する、という答えが多数。この和は  $-\infty$  に発散します。「ひとつおきにマイナス」を表現する手法を知らない？
- (4):  $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \dots$  というテイラー展開から  $1 - \frac{1}{2} + \dots = \log 2$  という答えがいくつかありましたが、最初の展開式が有効な  $x$  の範囲が書かれていないので、後者の式が正しいかどうかは答案からは判断できません。
- (4): 交代級数だから収束、はおかしい。 $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$  は交代級数です。

言葉 問題 D の解答で「題意」という語を用いた方がいました。山田は数学の文脈での「題意」の意味を知りません。「題意より」「題意が満たされた」の両方の用例を知っていますが、前者は「仮定より」、後者は「結論が満たされた」と置き換えて何も問題がないと思います。仮定と結論の両方の意味をもちうる語を数学の文脈で用いるのは不誠実だと思います。広辞苑第 6 版では、「題意」は「題の意味するところ」だそうです。

中間試験得点分布

得点	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
合計得点	0	1	0	1	1	5	1	6	12	7	21	13	8	12	13	3	6	2	2	1	0
A	3	5	10	11	32	15	17	12	10												
B	3	4	21	43	44																
C	8	38	60	0	9																
D	20	34	36	21	4																

5 点刻みですので、平均・分散・標準偏差・中央値・上下の四分値は、この表から計算できます。

## 中間試験問題 E への回答

問題 E: この授業に関するご意見, ご希望, ご誹謗, ご中傷などありましたらお書きください。回答の内容が成績に影響することは一切ありません。

- あまり出席しなかったのによくわかりません。 山田のコメント: それは残念です。
- 単位と点数ください。 山田のコメント: 持って行って下さい。
- 問題 B の  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{4}$ ,  $\boxed{5}$  と偶数個になっていたが,  $(0, 0)$  が含まれるのと  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$  の対称性よりほぼ奇数個になるのは自明と思ったから, 回答は奇数個でよかったような気がする。期末は学生証いりますか。  
山田のコメント: 前半: なるほど。後半: 必要です。特に「補助監督」が来ますので, 形式的にきちんとしておきましょう。
- 演習問題の略解ぐらいはつけてほしい。  
山田のコメント: つけてますけど。講義中に「さがしてください」と言いましたよね。講義資料 8, 1 ページの 5 番目のご意見へのコメント。それでも見つからない人のために, 1 月 5 日の「提示資料」にはリンクのようなものがはってあったりするんですけど, 授業を聞いていないか, あるいは確かめてないんですね。残念ですね。
- 教室が熱いです。 山田のコメント: 「暑い」ですね。ごめんなさい。温度設定が間違っていました。気づくのが遅かった。
- 持ち込み用紙が, 計算用紙としてしか機能しなかった。 山田のコメント: 機能してよかったじゃないですか。
- 問題, 回答用紙(原文ママ)の余白がせますぎる。 山田のコメント: そう?
- 計算用紙を別に配ってほしい。/計算用紙が欲しいです。(2 件)/ 計算用紙がほしいです/ 計算用紙が欲しかったです。(2 件)  
山田のコメント: 裏面を使わないのはなぜ?
- 計算用のスペースが不足していると思います。期末試験では計算用紙が欲しいです。  
山田のコメント: 裏面が白紙のようです。期末試験では裏面を使ってください。
- 計算用紙がほしいです。時計の使用許可願います。  
山田のコメント: 前半: あなたの答えは裏面が白紙ですが, それはなぜですか? そこを一杯にしてまだ足りないのなら請求してください。後半: なぜ?
- 時計がみづらい。 山田のコメント: ごめんなさい。もう少し見やすいものにしましょう。
- 中間試験の解説は次の講義で行われますか?? 山田のコメント: はい。
- 証明が間違っていると思い, 筆を止める。悲しい。D は のときも証明必要ですか? 山田のコメント: 悲しいね。必要です。
- 授業のペースが早くついていけません。 山田のコメント: ごめんなさい。残念です。
- “授業が分かりやすい, 面白い先生のテストは難しい” というジンクスというか伝説は本当のようですね...  
山田のコメント: そういう伝説があるのですね。ということはこの試験はやさしかったから...
- 授業, 楽しかったです。テスト簡単がいいです。 山田のコメント: 簡単だったでしょ。
- テストの計算がしんどい... 山田のコメント: そうですか? やさしくしたつもりなんですけどね。
- A 難しすぎ(すぎではないが)w 山田のコメント: どちらなんだ。
- なかなか難しい問題でした。 山田のコメント: そうですか?
- 試験問題を簡単にしてほしい。 山田のコメント: 簡単じゃないですか?
- 何故 17 年度入学以外が中間試験の座席表が名指しなのか理由があれば教えて欲しいです。  
山田のコメント: 学籍番号の下 5 桁では判別できない。学籍番号を省略しないで書くには用紙が小さすぎる。
- 講義ノートが少し見にくかったです。証明などは分かりやすかったです。  
山田のコメント: 字が違う: 「講義」。何回か指摘しましたが, 聞いていませんね。講義資料 2 前回までの訂正の第 1 項。
- 教科書では授業の内容を十分に含んでいないが, 講義ノートがしっかり配布されていたのがよかった(板書で済ます先生だと復習が大変なため)。授業に関して改善すべき点は特に見当たらないと感じた。来年度の講義を担当するのであればそのまま頑張ってください。 山田のコメント: ありがとうございます。予定では, 来年度「微分積分学第一」です。
- 生徒を積極的に指名するスタイルは, 私達学生にはつらいものがあつたが, 緊張感をもって授業を受けられた。  
山田のコメント: このクラスには生徒はいません。講義資料 8, 質問 23 の回答参照。
- OCW-i に資料を上げてもらって助かりました。 山田のコメント: でしょ。
- とても分かりやすかったです。 山田のコメント: ほんとかなあ。
- 分かりやすかった。ごめんなさい。 山田のコメント: なんで?
- 生き生きしていてとても良い授業だと思います。 山田のコメント: そうですかねえ。
- 授業内や資料中の数多くのユーモアがあり, とても冗談を使いこなしているように存じます。(面白いかどうかはさておき)このようなものを書く上で何か参考になるものがあれば教えて下さい。アンサイクロペディア書いてそう, という偏見ですが一言。  
山田のコメント: 「面白いかどうかはさておき」ですか。修行が足りないですね。アンサイクロペディアは多分書いてないと思う。山田が東工大に赴任してきた 2009 年には, すでに「東工大」の項目はあんなでした。
- とても楽しい授業でした。 山田のコメント: 楽しんで頂けてよかったです。
- 黒板に書いてた順に番号をふっていただいていたありがたかったです。中間は真ん中である必要がないとおっしゃっていましたが, 中間で間違ったり理解で k なかったところをきちんと復習したいので, もう少し早く中間をやっていたら良かったです。

- あと計算用紙が欲しかったです。 山田のコメント： 期末をもう少し遅くするのもあてりすね。計算は裏面を使ってください。
- 板書がわかりやすく、聞いていてとても楽しい授業でした。質問への回答もユーモアがあって面白かったです。  
山田のコメント： 冷たい、と感じる人もいるようですね。
  - 授業、わかりやすくいつも楽しく来れました。ただ、質問の回答が少し冷たく感じられたのがちょっとだけ怖かったです。あと人が少なかったのが、笑い所で笑いにくかったです。  
山田のコメント： そんなに冷たい？ 配布資料を偶数ページにしたかったので、短く書いているところが多かったとは思いますが、人が少ないのはしょうがないね。
  - 面白い授業でした。毎度限られた時間で小ネタもまざまみつつ教科書の章を着実にすすめているのはすごい事だと思います。  
山田のコメント： みなさまの質問のおかげでもあります。
  - 具体例を多く取り上げながら授業なさっているのもとてもわかりやすいです。 山田のコメント： それはよかったです。
  - 楽しい授業でした。 山田のコメント： 楽しんで頂けて幸いです。
  - 必修授業にしたらどうですか。 山田のコメント： 他大学の理工系では必修のようですね。諸般の事情で本学では難しですが、
  - 復習とかを全然やらなかったの今では結構忘れちゃったけど、これまでの大学で受けた数学の講義の中で一番興味を持ち続けながら毎回受けられました。数 III とかで微積やったり、大学入って新たな微積の知識を詰めこまれてた中で 2Q とかでは結局何をやってんのか分からないまま勉強してて、数 I,II, AB をやっていたときのような楽しさは全くなかったのですが、4Q の講義を受けていたときは数学への興味がまた湧いてきて楽しかったです。ありがとうございました。  
山田のコメント： 楽しんで頂けて幸いです。
  - よい 山田のコメント： え？
  - 問題 C で、「とくに (\*) の第二式から」とありますが、(\*) が見つかりません。  
山田のコメント： すぐ上にあります。数式 (displayed math) の左に括弧をつけた番号を付け、それを引用する、という講義ノートと全く同じスタイルを踏襲しているのですが。
  - 特にありません。(3件) /特にないです (2件) /とくになし 山田のコメント： そう。