2017 年 8 月 1 日
山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp

幾何学特論 1B （MTH.B406）講義資料 7

お知らせ

- 本日で講義は終了です．ご聴講ありがとうございました．
- 本日返却した答案の右上にある青い数字の 5 倍と 100 のうち大きくない方が今回の成績になります．
- この科目を「大学院科目」として履修している方，お手数をおかけいたしますが，授業評価にご協力お願いいたします．

前回までの訂正

- 講義ノート 62 ページ，一番下：$\sqrt{EG-F^2}\,dA \Rightarrow \sqrt{EG-F^2}\,du\,dv$
- 講義ノート 63 ページ，下から 9 行目：**極小曲面** [6]) よぶ ⇒ **極小曲面** [6]) とよぶ
- 講義ノート 63 ページ，下から 8 行目：しばしばよばれる ⇒ しばしばある
- 講義ノート 64 ページ，12 行目：$\widetilde{\widetilde{A}} = A \Rightarrow \widetilde{\widetilde{A}} = (\det A)^{n-2}A$
- 講義ノート 64 ページ，下から 4 行目：$\mathrm{M}_n(\mathbb{R}) \times \mathrm{M}^n(\mathbb{R}) \Rightarrow \mathrm{M}_n(\mathbb{R}) \times \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$
- 講義ノート 66 ページ，下から 3 行目：系?? ⇒ 系 6.8
- 講義ノート 66 ページ，一番下の 2 行：左辺以外の $\det \boldsymbol{h}_c$ は $\det \boldsymbol{h}$（2 箇所）
- 講義ノート 67 ページ，2 行目，6 行目：$\kappa_0 + c(c+H) \Rightarrow \kappa_0 - c(c+H)$.
- 講義ノート 68 ページ，6 行目：$\Sigma_m := S^3 \cup \Pi_m \Rightarrow \Sigma_m := S^3 \cap \Pi_m$

授業に関する御意見

- Soap film, soap bubble の話が面白かったです． **山田のコメント：** よかった．
- 梅原先生・山田先生の共著は何冊出版されていますか？ **山田のコメント：** 調べてごらんなさい．
- 単位に点数が足りてないかと不安で眠れません... **山田のコメント：** なんで？ 寝て下さい．
- 講義いままでありがとうございました．前提知識があまりなくても分かりやすい講義で，毎回の演習でとても分かりやすくためになりました．
  山田のコメント： ありがとうございます．「分かりやすい」ことがよいことかどうかは微妙ですが．
- 追加の紙は採点してもらえないとかありますか？ どっちでもよいです．
  山田のコメント： あなたはどっちでもよいかもしれませんが，ステープラで綴じられた紙をスキャナに通すと単純に機械が壊れます．やめてください．
- ありがとうございました． **山田のコメント：** こちらこそ．

質問と回答

質問： $\mathbb{R}^n$ の超曲面で，球面，平面以外の平均曲率一定の例が知りたい．

お答え： Delaunay 曲面（「曲線と曲面」の付録 B-6 参照）は，$\mathbb{R}^3$ の球面，平面ではない平均曲率一定曲面．この高次元化が知られている（Wu-Yi Hsiang, 1981）．

質問： 球面 S^3 におけるワイエルストラス表現公式の類似物は得られているのでしょうか．

お答え： 前回の講義で述べた意味（ユークリッド空間の極小曲面と同様な）ものは存在しない．ユークリッド空間の極小曲面との Lawson 対応がないので．すこし「拡大解釈」すれば「ある」と考えることもできる．

質問： 講義ノート 68 ページの例 6.11 では，平均曲率をどういう方針で求めているのかよくわかりません．$d\boldsymbol{x}$ というのは $(dx, dy, dz, 0)$ のことですか?

お答え： いいえ．$d\boldsymbol{x} = (dx, dy, dz, dw)$ です．$-d\nu \cdot d\boldsymbol{x}$ で第二基本形式を求めています．

質問： いま授業でやっている内容について，複素多様体における類似の結果や理論などはありますか?

お答え： あるものもあるし，ないものもある．「今授業でやっている内容」では指差す先が広すぎると思う．

質問： 平均曲率の係数の流儀の話がありましたが，流儀は研究している分野によって別れるものなのでしょうか? 値が少し違っていても得られる性質は変わらないと思いますが，個人的には統一されていてほしいと感じました．

お答え： だれが統一する権限を持っているんでしょうね．そういう「権力」が入らない自由な世界の方がよいのでは?

質問： 数学で，“等長性” が重要視されているように感じますが，これは “等長” なものを同一視することにより，本質的な議論に集約する手段が入手できるからでしょうか．それとも “等長性” を見つけ出していくこと自体が目的でしょうか．

お答え： 数学では，対象が「同じ」か「同じでないか」を判別する必要があります．この講義では「等長的であること」を図形が同じであることとみなしています．べつにそれは「そうでなければいけない」のではなく，たまたまそういう枠組みで考えているのだと思えば良いでしょう．「相似」なものを同じとみなしても，面白い幾何ができますね．クラインの「エルランゲン・プログラム」で調べてみてください．