

2018年4月24日(2018年5月1日訂正)

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

幾何学特論 A (MTH.B401) 講義資料 3

お知らせ

-

前回までの訂正

- 講義資料 2, 1 ページ, 質問 1: $\mathcal{A}(f_0) = \min_{f \in \mathcal{S}_c} \mathcal{A}(f) \Rightarrow \mathcal{A}(f_0) = \min_{f \in \mathcal{S}_c} \mathcal{A}(f)$
- 講義資料 2, 2 ページ, 質問 12 のお答えの 1 行目: 講義中瀬 s ネイは \Rightarrow 講義中先生は
- 講義ノート, 9 ページ, 式 (2.2): 添字をすべて上に.
- 講義ノート, 9 ページ, 一番下: $[?] \text{ and/or } [?] \Rightarrow [2-1] \text{ and/or } [2-2]$
- 講義ノート, 11 ページ, 下から 5 行目: $\frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow -\frac{4}{3}\pi R^3$.
- 講義ノート, 12 ページ, 下から 10 行目: Example ?? \Rightarrow Example 2.4.
- 講義ノート, 12 ページ, 下から 3 行目: $(-\varepsilon, \varepsilon) \Rightarrow (-\varepsilon, \varepsilon) \times \Sigma$.
- 講義ノート, 14 ページ, 下から 3 行目: $\frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow \frac{d}{dt}$
- 講義ノート, 15 ページ, 8 行目: $\tilde{f}^t := \mathcal{V}(f^t)^{-1/3} f^t \Rightarrow \tilde{f}^t := \frac{\mathcal{V}(f^t)^{-1/3}}{\mathcal{V}(f_0)^{-1/3}} f^t$
- 講義ノート, 15 ページ, 10 行目: surjection \rightarrow a surjection
- 講義ノート, 15 ページ, 式 (2.6): $\frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \mathcal{A}(\mathcal{V}(f^t)^{-1/3} f^t) \Rightarrow \frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \mathcal{A} \left(\frac{\mathcal{V}(f^t)^{-1/3}}{\mathcal{V}(f_0)^{-1/3}} f^t \right)$

授業に関する御意見

- 木曜日までに大学に行くことがない場合, メールにて提出してもよろしいでしょうか?
山田のコメント: その場合は, (1) 指定の用紙をスキャンして pdf にしてください. (2) 宛先は kotaro@math.titech.ac.jp
(3) subject は「幾何学特論 A 提出課題 (**月**日): xxxxxxxx」としてください. ただし日付は課題出題日, xxxxxxxx は学籍番号.
- 次回授業のときに, 問題 2-1 の解説をお願いします. 山田のコメント: はい.
- 特にありません. 山田のコメント: me, too..

質問と回答

質問 1: 講義では 2 次元の多様体, 演習では 1 次元の多様体を扱いましたが, 3 次, 4 次 (原文ママ: 3 次元, 4 次元) と高次元になると, 講義中にやった定理と同様なことは成り立つのでしょうか.

お答え: 成り立ちます. やってみてください.

質問 2: 一般には平均曲率はスカラーでなくベクトルですが, 外の次元が高い時などにおいても平均曲率一定を考慮することがありますか?

お答え: おっしゃるとおり, 余次元 2 以上だと, 平均曲率ベクトルを考えるのが自然ですね. この場合に「平均曲率一定」に相当する概念は「平均曲率ベクトルの大きさ一定」と「平均曲率ベクトルが法バンドルの接続に関して平行」の 2 つの一般化がよく行われます. 超曲面の場合は, 単位法線ベクトル ν が存在するので, 平均曲率ベクトルは $H\nu$ となり, 法接続が平坦であることと合わせて, 上記の一般化は同じものとなります.

質問 3: 面積保存や体積保存の変分以外で, 何かの量を保存した変分を考えるとありますか?

お答え: 境界を止めるなどというのもそうですね. 必要があればいろいろと考えればよさそうですね.

質問 4: 条件付き極値問題で未解決なもの, 設定がありましたら知りたいです.

お答え: ちょっと質問が大きすぎませんか? どのような枠組みで考えますか?

質問 5: 自分のやり方が違っていたかもしれませんが, 2次元多様体 $\subset \mathbb{R}^3$ に関する写像で (略: 体積変分, 面積変分) の方が 1次元多様体 $\subset \mathbb{R}^2$ に関する写像での (略: 弧長変分, 面積変分) よりもすっきりしているのが不思議でした.

お答え: 1次元の方がすっきりしていると思いますが.

質問 6: よく添字の上付き, 下付きは重要と言われるのですが (cf. 「微分幾何学」今野浩 (東大出版) p. 51) 重要さがわかりません. なぜ重要なのですか (あるいはそのような場合がある?)

お答え: 「テンソル解析」をやろうと思うと重要になってくることがあります. テンソルの「共変成分」「反変成分」を区別するために添字の上下を使いますが, この講義の範囲ではたぶん出てきません.