

# 幾何学概論第一 (MTH.B211)

おしらせ・コメント

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2020/geom-1/`

東京工業大学理学院数学系

2020/11/05

# 幾何学概論第一 (MTH.B211)

おしらせ・コメント

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2020/geom-1/`

東京工業大学理学院数学系

2020/11/05

# 幾何学概論第一 (MTH.B211)

おしらせ・コメント

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2020/geom-1/`

東京工業大学理学院数学系

2020/11/05

# お知らせ

- ▶ 27 名の方から課題の提出がありました。 評点およびマーク済みの答案は t2schola におきます。
- ▶ 次回 11 月 12 日に定期試験（オンライン）を実施します。
- ▶ 授業評価アンケートにご協力をお願いします。  
[https://www.ks-fdcenter.net/fmane\\_titech/Ans?ms=t&id=titech&cd=Z4WsNGRm](https://www.ks-fdcenter.net/fmane_titech/Ans?ms=t&id=titech&cd=Z4WsNGRm)

# 定期試験予告（日程）

日時： 2020年11月12日（木）3-4時限

場所： オンライン。詳細は後述。

範囲： 主として11月5日までの授業で扱った内容。

持込： テキスト・ノート・参考書などは参照可。

禁止事項： 外部との通信（同一室内の他人を含む）は不可。  
「知恵袋」などへの投稿，SNSでの質問は担当教員  
が誤った解答を教える可能性がある。

- ▶ 定期試験を受験することが単位を得るための必要条件。
- ▶ 理由があって受験できない方は事前に電子メールにて連絡。

# 定期試験予告 (内容)

成績評価：  $x$ ：課題の合計得点； $y$ ：試験の得点。報告される点数： $\min\{Z, 100\}$ ；

$$Z := 5 \times \left[ A \times \frac{z}{5} \right] \quad z := (1 - a)(4x) + ay.$$

- ▶  $A \in [1, +\infty)$ ：採点時に決める定数.
- ▶  $a \in [0, 1]$ ：受験者が決める定数@パート B
- ▶ 課題の得点を試験前までに確認しておくこと.

試験形式：

- パート **A**：記述式問題 (40 点満点) 解答を pdf で提出.
- パート **B**：短答式問題 (60 点満点) Google Forms を利用.

## 定期試験予告（手順）

10月29日	10:40	試験予告
10月29日	13:00	試験実施アンケート URL 送付 (OCW-i)
11月3日	23:59	試験実施アンケート締切 (Google Forms)
11月5日	10:00	パート A 解答用紙 PDF 配布 (T2SCHOLA)
11月5日	10:00	オナーコード同意書配布 (T2SCHOLA)
11月10日	23:59	オナーコード同意書提出 (T2SCHOLA)
11月11日	10:00	試験問題 PDF 配布 (T2SCHOLA)
11月12日	10:35	Zoom 開室
11月12日	10:45	パート A 問題 PW 配布 (チャット) パート A 答案作成 (筆記)
	11:30	パート A 答案提出締切 (T2SCHOLA)
11月12日	11:40	パート B 問題 PW 配布 (チャット)
		パート B 答案作成 (Google Forms)
	12:20	パート B 答案提出締切 (Google Forms)

# 定期試験アンケート

ご協力ありがとうございました。手違いで2回締め切ってしまいました。ご迷惑をおかけいたしました。

- ▶ 34名の方から提出がありました。
- ▶ 全員がご自宅から受験とされていますので、いまのところ教室受験は想定しないことにします。
- ▶ しかるべき理由でご自宅で受験できない方は早めに申し出てください。
- ▶ 質問：試験の得点は後日確認ができるのでしょうか  
回答：はい。通知方法は試験問題に記しておきます。



## 授業の感想など

- ▶ 最近の講義の内容を理解するのが難しくなってきたのですが、先生は学生時代、いまやっている内容を理解するのは容易でしたか。それとも私と同じように苦労されたのでしょうか（質問する形になってしまいすみません）

**山田のコメント：** そんなにすぐに理解できるものではないと思いますし、山田もそうでした。講義に出席したらラフにメモをとり、あとで論理のギャップを埋めたりしたノートを自分で作っていました。

- ▶ 縮閉線の縮閉線が一致するというのはどうしても、計算量が多くてできませんでした。かろうじて  $|\gamma(t)| \neq 1$  ということが分かったぐらいです。

**山田のコメント：** 検討する時間がないのでまたの機会に。

- ▶ カッシーニの卵形線は卵の形に見えません。 **橙線**

**山田のコメント：** 「卵形線」という語にはテキスト付録 B-2 のような意味があって、カッシーニの卵形線は卵形線にならない場合があります。だから「橙線」という語を用いました。

# 質問と回答

Q

「陰関数  $F(x, y) = 0$ 」とありましたが解析学の講義で  
「 $y = f(x)$  を  $F(x, y) = 0$  によって定まる陰関数と呼ぶ」と教わ  
りました.  $F(x, y) = 0$  のような形でも陰関数と呼ぶのですか?

A

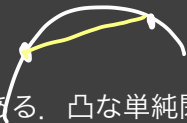
$F(x, y) = 0$  は  $y$  が  $x$  から「陰」に決めるので、陰関数. これを  
 $y = f(x)$  の形に解いたものは  $F(x, y) = 0$  の陽関数表示.

Q

今回 5-2 で扱った「曲率の符号が変わらない曲線」には何か幾可  
学的な意味はあるのか. 曲面においても同様の概念を扱うことは  
あるのか.

A

凸曲線という語がある. 凸な単純閉曲線のことを卵形線という  
(テキスト付録 B-2).



講義

implicit

explicit

幾何

# 質問と回答

Q

- ▶ 5-2 の  $y = 0$  の議論がよくわからなかったです。
- ▶ レムニスケートで  $b = 1$  のとき  $(0, 0)$  が特異点になるのが少し直観に反した。
- ▶ グラフ表示された曲線のことがよくわかりません。直感的にはわかっているつもりですが、フォーマルな定義（特に  $n$  次元のとき）の意味がわかりません。

A

そうですか（としか言いようがない）

Q

✓ 自己交叉をもつというのはどのような時ですか？

A

何が？

曲線. 1577 - 9 頁.  
cf. Lemniscate

$$y = f(x)$$

$$z = f(x, y)$$

$$t \neq t_2$$
$$Y(t_1) = Y(t_2)$$

自己交叉

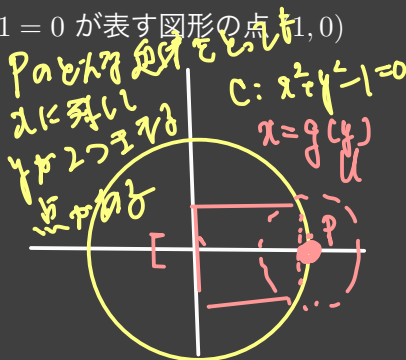
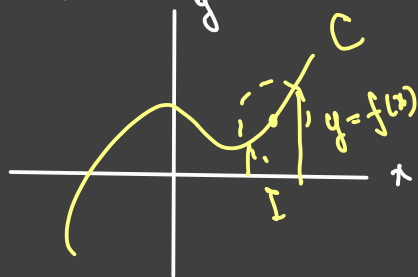
# 質問と回答

Q

なめらかな曲線を定義したさいに（映写資料 C, 3枚目）「 $C \cap U$  が  $\{(x, f(x)); x \in I\}$  と合同となること」と書いた部分は「 $x \in I$  において  $y = f(x)$  と表せる」と書いても意味は同じですか？元文から抜けてしまう情報があれば教えてください。

A

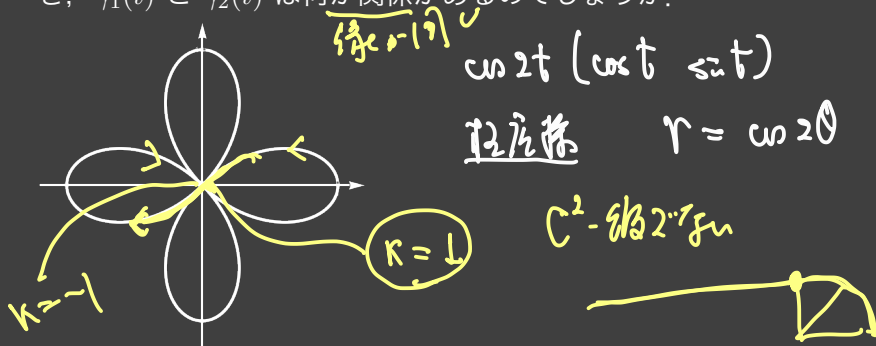
「と合同である」の部分.  $x^2 + y^2 - 1 = 0$  が表す図形の点  $(1, 0)$  の近傍を考えよ



# 質問と回答

Q

$\gamma_1(t) = (\cos t \cos 2t, \sin t \cos 2t)$  は正則であり図の  $x$  軸正のグラフを時計回り,  $y$  軸負を時計回り,  $x$  軸負を時計回り,  $y$  軸正を時計回りするのですが (山田注: すべて「反時計回り」ではないでしょうか)  $x$  軸正,  $x$  軸負,  $y$  軸負,  $y$  軸正を順に時計回り, 反時計回り, 時計回り反時計回りするような正則曲線  $\gamma_2$  を考えたとき,  $\gamma_1(t)$  と  $\gamma_2(t)$  は何か関係があるのでしょうか.



# 質問と回答

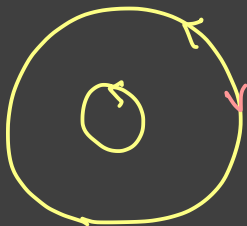
Q

陰関数表示から回転数を得る方法がありますか？特異点の個数などから得られるのではないかと考えています。

A

特異点がなく閉曲線なら，単純閉曲線なので， $\pm 1$ （テキスト §3 をみよ）．特異点がある場合は一般に，曲線の向きをうまく決められない可能性があるので定まらない．たとえば

$$F(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = 0$$



回転数 2

0



回転数 0



回転数 -1

# 空白ページ

この後、短い休憩をとり、2つの「講義」を行います。  
質問などをチャットで行なう場合は、全員宛てにしてください

## 5 陰関数定理（補足）

## 6 空間曲線の基本定理