

幾何学概論第一 (MTH.B211)

講義概要

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2021/geom-1/`

東京工業大学理学院数学系

2021/10/14

お知らせ



- ▶ 2021年10月11日07:00に提出された課題をダウンロードしました。提出者47名でした。
- ▶ 答案および評点はT2SCHOLAよりフィードバックしております。ご確認ください。答案にかかれた文字は読解困難かもしれませんが、これは山田個人のメモです。講義資料にあるものをご利用ください。

意見・要望など

- ▶ 講義資料は授業前に印刷しておきたいので、前日までにアップロードしていただけると幸いです。すみません。紙に書き込みたい者なので...

山田のコメント：なかなか間に合いません。このシートのみであれば前日に出せるかもです。ハンドアウトはぎりぎりで作っているので、ちょっときついかも。作業を1日前倒しにするには提出物の締切を1日前倒しにする必要があるかもです。

多数の方のご要望があるようでしたら、提出期限を前倒しすることで実現したいと思います。

質問から

Q: Euclid 空間の元として “ v ” のように書くものと “ P ” のように書くものが混在している. これは アフィン空間 と 基準ベクトル空間 として同じ \mathbb{R}^n をとって後者にのみ内積を与えた計量アフィン空間を暗に想定しているのか?

A: はい

\mathbb{R}^n · 線形空間 $+$, 加減

0 : とくは 0 の意味を持つ.

等長変換

$\mathbb{R} \mapsto A \in \mathbb{R}$

\mathbb{R}^n : アフィン空間 (アフィン. affine) \hookrightarrow
(\mathbb{R}^n の原点をわすれる)

\hookrightarrow
 $P, Q \mapsto PQ$ (ベクトル) \neq 点

質問から

(X, d) : 距離空間

$S: X \rightarrow X$: 写像

Q: 等長変換が全単射であることは、等長変換全体が合成に関して群になることから従う、としても大丈夫ですか。

全単射

A: いいえ、定理 1.4 によります。 $f(x) = Ax + a$ の逆写像は $f^{-1}(x) = A^{-1}(x - a)$ 。

仮定

Q: 等長の集合は写像の合成に関して群をなすので、写像 f (等長変換) が全単射であるという条件が必要だとおもいました。

A: 一般の距離空間の場合、全単射を仮定する必要があります。ユークリッド空間の場合は、距離を保つという仮定だけから全単射性がでます。

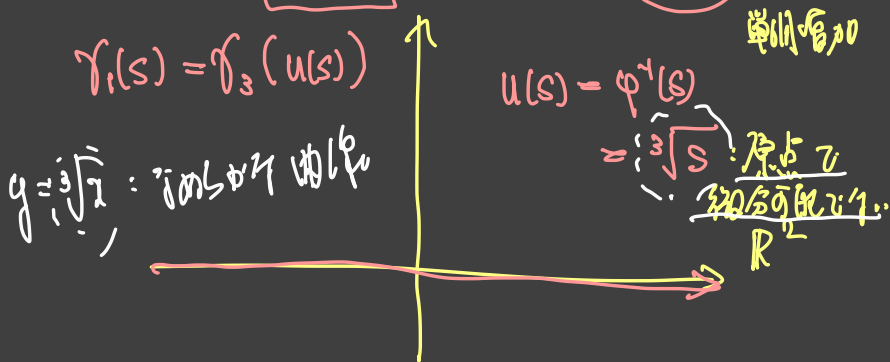
Q: ユークリッド空間では合同変換が直交行列を使って表されましたが、一般の距離空間でもなにか特殊な行列の群を使って表すことはできますか？

A: いいえ。たとえば離散距離空間を考えてもらなさい。

質問から

Q: パラメータ変換の2つ目の例について, γ_1 と γ_3 が
移り合わないのは φ が $\mathbb{R}_{<0}$ に存在しないからで
すか?

A: $\gamma_1(s) = (s, 0)$, $\gamma_3(u) = (u^3, 0)$ のことですね。
お答えは「いいえ」.
 $\gamma_3(u) = \gamma_1 \circ \varphi(u)$ ($\varphi(u) = u^3$)
ですが $\varphi(0) = 0$ です.



質問から

Q: 「パラメータ変換で得られる曲線である」という関係は同値関係であるとは、曲線のパラメータ表示 γ_1, γ_2 について γ_1 は γ_2 のパラメータ変換である $\Leftrightarrow \gamma_2$ は γ_1 のパラメータ変換である、ということでしょうか。

A: いいえ、「同値関係」という数学用語の定義を思い出してください。

この後、短い休憩をとり、2つの「講義」を行います。
質問などをチャットで行なう場合は、全員宛てにしてください

1 前回の復習

2 平面曲線の基本定理