幾何学概論第一 (MTH.B211)

おしらせ

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2021/geom-1/

東京工業大学理学院数学系

2021/10/28

おしらせ

- 2021 年 10 月 25 日 07:00 に提出された課題をダウンロードしました．提出者 47 名でした．

- 提出課題が 3 ページからなっている方 1 名，1 ページの方 1 名．手順が乱れるので必ず 2 ページにしてください．
- 答案および評点は T2SCHOLA よりフィードバックしております．ご確認ください．答案にかかれた文字は読解困難かもしれませんが，これは山田個人のメモです．講義資料にあるものをご利用ください．

意見・要望など

- 休憩中の録画を止めていただけると後で見返す時に楽なので，そうしていただけないでしょうか．
  山田のコメント：それで一度再開を忘れたことがあって，それ以来とめないようにしています．再開忘れたら注意してくださるならやってもよいです．
- 上の質問枠で厳密でないもの（感覚や解釈に関するものなど）をしたとき，評価はどのようになるのですか？
  山田のコメント：それをどこまで言葉にできているかによる．
- 問題の解答欄が余った場合，その部分を質問欄として用いてもよろしいでしょうか？
  山田のコメント：そうしている人もいますが，できれば枠内におさめてほしい．
- ノーベル賞の記念講演，解析学の演習と時間がかぶっておりました（かなしい）．
  山田のコメント：録画を公開予定．

質問から

Q: 空間曲線は曲率と捩率によって決まるので，逆に曲率と捩率が決まらないと空間曲線が決まらないと思うのですが，なぜ 2 つの量が必要なのでしょうか．1 つの量だけで空間曲線を決めることは不可能なのですか？

A: $\boxed{3 - 1 = 2}$

質問から

Q: 1 階線型常微分方程式の解の存在の証明の提案：
n 次元ベクトル値関数を未知関数とする線型常微分方程式 $\frac{d\boldsymbol{y}}{dt} = \boldsymbol{f}(t;\boldsymbol{y})$ について，$f(t;\boldsymbol{y}) = A\boldsymbol{y} + \boldsymbol{g}(t)$ となるような正方行列 A が存在
$\to$ A がジョルダン標準形 J になるように軸を回転させて，微分方程式 $\frac{d\boldsymbol{z}}{dt} = J\boldsymbol{z} + \boldsymbol{h}(t)$ に帰着
$\to$ とくに n 個目の方程式が $z_n'(t) = \alpha z_n(t) + h_n(t)$ とかけて z_n が解ける
$\to$ $n-1$ 次元の場合に帰着
$\to$ 帰納的に 1 次元に帰着.

A: A は t に依存する.

質問から

Q: 講議（原文ママ：講義のことか？）では曲率 0 のときは考えないことにしていましたが，たとえば $\kappa = 0 \Rightarrow \tau = 0$ のように約束しておけば直線などに関しては問題ないように感じたのですが，どのような不都合が生じるのでしょうか．

A: 例：$\gamma(t) = {}^t(t, t, t^3)$

質問から

Q: 単位速度ベクトルと単位接線ベクトルは同じものでしょうか？（速度には向きがあるが…（以下略））

A: ここでは弧長パラメータで表示された曲線の速度ベクトル（自動的に大きさ 1）を単位接ベクトルと呼びました．向きに関する「後ろめたさ」があるので「単位接ベクトル $\boldsymbol{e} = \gamma'$」などと書くことが多いと思います．

質問から

Q: (図省略，曲線が自己交叉している) このような点の速度はどのように理解すれば OK ですか？

A: 立体交差

質問から

Q: n 次元の場合には Ω が $n \times n$ 行列となるように作ったものが一意になりますか.

A: ここでいう「もの」は何を指す？