

幾何学概論第一 (MTH.B211)

お知らせ

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2021/geom-1/`

東京工業大学理学院数学系

2021/11/18

2021年11月18日

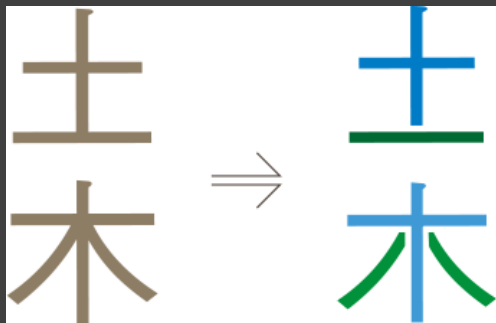
今日は何の日?



土木の日

DOBOKU DAY
NOVEMBER 18

2021年11月18日 今日は何の日？
土木の日



2021年11月18日 今日は何の日？
土木の日

www.jsce.or.jp/committee/day/index.html

お知らせ

- ▶ 2021年11月15日 07:00 に提出された課題をダウンロードしました。提出者43名でした。
- ▶ 答案および評点はT2SCHOLAよりフィードバックしております。ご確認ください。答案にかかれた文字は読解困難かもしれませんが、これは山田個人のメモです。講義資料にあるものをご利用ください。

▶ 本日が3Qの最終回です。ご聴講ありがとうございました

▶ 本日は課題がありません。

▶ 次回11月25日は定期試験（対面）です。
毎回の演習問題は一応目を通しておいてください。

(申込) 11月21日
11月21日
本日は13:00
提出口を
あけておく

お願い

学修アンケートにご協力ください。



https://www.ks-fdcenter.net/fmane_titech/Ans?ms=t&id=titech&cd=6K52Hafy

質問から

Q: 回転数は C^1 級座標変換で不変ですか？

A: κ は曲線が C^2 -級でなければ定義できませんが θ (接線の偏角) は C^1 -級でも定義できますね。

$$\mathbb{Z} \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_0^L \kappa(s) ds \quad : \quad \text{座標変換で不変?}$$

?? どの形でも不変?

$$\frac{1}{2\pi} (\theta(L) - \theta(0)) \quad C^1\text{-級で } \theta \text{ well-defined}$$

$$\theta(s) = \int_0^s \kappa(u) du$$

$$f(s) = \theta(s) = {}^t (\cos^* \theta, \sin \theta)$$

質問から

Q: 講義資料の“なめらかな変形で移り合う”ことの定義で C^∞ -級写像の始域が $[0, 1] \times \mathbb{R}$ となっていますが、これは $\alpha = 0$ や $\alpha = 1$ でも任意の正の整数 n について n 回片側微分可能であるということでしょうか。

A: この場合はそのつもりですが、 α に関しては連続性のみが必要です。

Q: 命題 6.4 の証明において $\sigma_\alpha(t)$ の回転数が α の連続関数となる根拠を教えてください。

A: 積分と極限の交換. (完全)

$$\begin{aligned} & \mathbb{R}^n \cup \mathbb{R}^m \quad \sigma_\alpha : [0, 1] \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2 \quad C^\infty \text{ 連続} \\ & \psi : A \longrightarrow \mathbb{R}^n \text{ or } \mathbb{R}^m \quad \alpha = \int_0^1 \sigma_\alpha : C^0 \text{ 正則} \\ & \iff \exists U : \text{open in } \mathbb{R}^n \text{ or } \mathbb{R}^m \text{ s.t. } U \supset A \quad \tilde{\psi}|_A = \psi \end{aligned}$$

質問から

Q: 「 γ_1 と γ_2 が正則ホモトピー同値であるとき、自己交叉の数は等しい」は正しいでしょうか。

Q: 曲率と自己交叉の関係について次が予想できた：
「 $\kappa(s)$ が狭義単調増加（減少）のとき $\gamma(s)$ は自己交叉をもたない」

A: テキスト §4



Q: 回転数 0 の平面曲線は必ず自己交差を持つのでしょうか？ レムニスケートの交差を外すように何度か変形を試みましたが、特異点が出現して失敗に終わりました。

A: テキスト 31 ページ，定理 3.2.

Q: 正則閉曲線では回転数が 0 のとき自己交叉が最低 1 つ，回転数が k が零でないとき自己交叉が最低 $|k| - 1$ こ必要になりそうな気がしますがこれは正しいでしょうか。

A: テキスト 37 ページ，定理 3.4.

単純閉曲線の
回転数は
1以上

この後、短い休憩をとり、2つの「講義」を行います。
質問などをチャットで行なう場合は、全員宛てにしてください

1 前回の復習・今回の準備

2 陰関数定理

