# 幾何学概論第二 (MTH.B212)

お知らせ


山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2021/geom-2/

東京工業大学理学院数学系

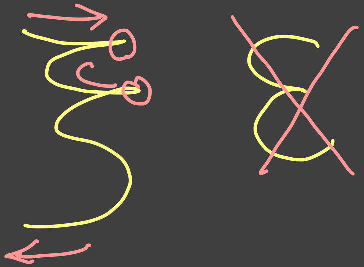

2021/12/16

# お知らせ

- 課題は 12 月 13 日 07:00 JST に締め切りました.
  今回は 42 名の提出がありました.
- T2SCHOLA からフィードバックしています.
  フィードバックされていないようでしたらお知らせ下さい.
  （ちょっと挙動が不審です）

# ご意見から

- 文脈を読むときは大域的な情報が必要だと思いました.
  山田のコメント：全くそうですね.
- $\xi$ をうまくかくのがむずかしいです.
  山田のコメント：手書きで作ったレポート用紙を読むのが難しいです.



# 質問から

正則　$\{p_u, p_v\}$：一次独立

Q: $\boxed{\text{特異点}}$をもつ曲面の面積はどう考えるか？

線分

$p(u,v) = {}^t(u, 0, 0)$

$\begin{cases} p_u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ p_v = 0 \end{cases}$

$= 0$ 特異点があっても

$$\iint_{\bar{D}} |p_u \times p_v| \, du \, dv$$

連続

有界閉

Dではだめか？

（広義積分）

D：領域

（＝連結 開）

重積分の定義：有界閉

$u = \xi + \eta$

$v = \xi - \eta$

$p_\xi = p_\eta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \leftarrow \tilde{p}(\xi, \eta) = \begin{pmatrix} \xi + \eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

# 質問から

(一意)

Q: 「標準的なパラメータが存在しない」ということについて．

曲線 "弧長"

$\kappa := \left| \frac{d^2\gamma}{ds^2} \right|$ (s: 弧長)

○弧長は一意性 (定数の差をのぞいて)

一般のパラメータ

↓

弧長に変換

↓

量を定義

曲面 ある意味で良いパラメータがあったりする

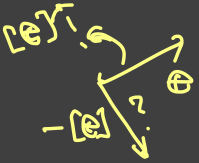
一意でない

(もしこのパラメータをつかって量を定義しても、パラメータによらないことにはならない

# 質問から

$x = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$

Q: 1.1 にあるベクトル積の特徴づけ
「$\forall \boldsymbol{c} \in \mathbb{R}^3 \boxed{, (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} = \det(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})}$」をもとに $\mathbb{R}^n$ $(n \geqq 2)$ 上の $n-1$ 本のベクトル $\boldsymbol{a}_1$, ...$\boldsymbol{a}_{n-1}$ からベクトル $[\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_{n-1}] \in \mathbb{R}^n$ を
「$\forall \boldsymbol{c} \in \mathbb{R}^3, ([\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_{n-1}]) \cdot \boldsymbol{c} = \det(\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_{n-1}, \boldsymbol{c})$」によって定義づけられると思いますが，これが使われることはありますか．たとえば $\mathbb{R}^2$ 上の正則曲線 $\gamma$ に対して $\boldsymbol{n} = -[\boldsymbol{e}]$ ($\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{n}$ はそれぞれ単位接ベクトル，左向き単位法線ベクトル)．この例を踏まえると，上記の定義付けの右辺は $\det(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_{n-1})$ のほうがよいようにも感じました．




$e = \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}$ $[e] = \begin{pmatrix} -w \\ v \end{pmatrix}$

$[e] \cdot x = -w\xi + v\eta$
$= \det\begin{pmatrix} v & \xi \\ w & \eta \end{pmatrix} = \det(e, x)$

# 講義

この後，短い休憩をとり，2 つの「講義」を行います．
質問などをチャットで行なう場合は，全員宛てにしてください

1 復習

2 第一・第二基本形式