

幾何学概論第一 (MTH.B211)

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2022/geom-1/`

東京工業大学理学院数学系

2022/11/10

お知らせ

- ▶ 40名から課題の提出がありました。受講登録者 53 名。
- ▶ 答案および評点は T2SCHOLA よりフィードバック中。答案にかかれた文字は山田個人のメモです。講義資料にあるものをご利用ください。
- ▶ 来週 11 月 17 日に「期末試験予告」を行います。皆様お誘い合わせの上ご出席ください。
- ▶ 期末試験会場は、講義と同じ「本館 H114 講義室」が割り当てられました。定員ぎりぎりとなりますが、ご容赦ください。

訂正：

- ▶ 提出用紙の Lua \LaTeX ソースに不備があった（外部ファイル参照）ようです。report.zip を適切なものに変更しました。

意見・要望など

- ▶ 講義の準備が大変だと聞いて、先生方の労力に見合うように勉強しなくてはいけないと身が引き締まる思いです。

山田のコメント：プレッシャーをかけてしまいましたか。申し訳ありません。準備は山田にとってそれほど大変ではないのですが、仕事が遅いので TA に負担がかかっています。

- ▶ 力づくで分からせるという言葉に感動しました！ 僕も友達に勉強教えるときは力づくで分からせたいと思います！

山田のコメント：そんなところで感動しなくてよろしい。

意見・要望など

- ▶ 今回の問題からは次回が何の話なのか推測できない。想像力が足りていないのか...

山田のコメント：それでよいと思います。

- ▶ 授業に関するものではなく、山田先生個人にかかわる質問（例えば、好きな食べ物）は、こちらの感想、意見、希望の欄に記入したほうがよろしいでしょうか（メタ質問）

山田のコメント：はい。

質問から

- ▶ 縮閉線の逆・縮閉線の意味・縮閉線の特異点ともとの曲線との関係...などについて複数ご質問をいただきました。

テキスト，付録 B-1 に関連する話があります。
面白いから読んでね。



↙ 焦点 caustic
 γ の曲率中心の軌跡

$$\sigma = \gamma + \frac{1}{\kappa} n \quad (\kappa \neq 0)$$

質問から

- ▶ 曲線 $\gamma_a(t) = {}^t(\cos t, (\sin t)(a + \frac{1}{a} \cos t))$ ($a > 1$) の回転数について.

a : fix $\in (1, \infty)$

γ_a

$$\tilde{\gamma}_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & * \end{pmatrix} \gamma_a$$

同値

$$* = 1 \text{ if } t = 0$$

$$* = \frac{1}{a} \text{ if } t = 1$$

$$\tilde{\gamma}_1 = \begin{pmatrix} \cos t \\ (1 + \frac{1}{a} \cos t) \sin t \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \cos t \\ (1 + \frac{1}{a} \cos t) \sin t \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} * = b \text{ if } t = 0 \\ * = 0 \text{ if } t = 1 \end{cases}$$

質問から

Q: $\gamma_a(t)$ のパラメータを変化させるとして $\gamma_{a_0}(t)$ は特異点をもつとする. そのとき $\gamma_{a_0}(t)$ の全曲率はその前後の平均値となるのですか?

A: 一般論としてはなんとも言えません.

質問から

Q: 例 4.8 で定義域に开区間のみを用いているのに理由
はありますか？ たとえば3つめでは
 $(0, \infty) \times (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ としても問題ないように思
います。

A: 定義 4.7 を確認してください。「領域」の定義は？

- 領域 連結開集合

質問から

Q: ある関数と無限次の接触をしている関数は同じ関数とみなせますか？

関数 $x \mapsto f(x)$ 関数のグラフ $\subset \mathbb{R}^2$ curve
 $x \mapsto (x, f(x))$



$f: X \rightarrow Y$
 $f \subset X \times Y$
 s.t. $\forall x \in X$
 $\exists! y \in Y$
 $(x, y) \in f$

子集 only

質問から

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} e^{-1/x^2} = 0$$

Q: ある関数と無限次の接触をしている関数は同じ関数とみなせますか?

C^∞
at 0

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

$$g(x) = 0$$
$$f(x) > 0 \text{ if } x \neq 0$$

$$f^{(n)}(0) = 0$$

実数の関数

C^∞

無限次の接触

この後、短い休憩をとり、2つの「講義」を行います。

4 前回の復習

5 空間曲線