

May 10, 2022  
Kotaro Yamada  
kotaro@math.titech.ac.jp

## Info. Sheet 3; Advanced Topics in Geometry E (MTH.B501)

### Informations

- Twelve homeworks were submitted. The feedback will be found on T2SCHOLA.

### Corrections

- Lecture note, page 1, line 16: uniqueness  $\Rightarrow$  **uniqueness**
- Lecture note, page 9, equation (2.3):  $\sum_{j=1}^n \Rightarrow \sum_{j=1}^m$
- Lecture note, page 10, line 19; page 11, line 7: (Theorem 10.16 in [Lee13])  $\Rightarrow$  (Theorem 6.21 in [Lee13])
- Lecture note, page 11, line 11:  $X_w : [0, 1] \rightarrow Mn(\mathbb{R}) \Rightarrow X_w : [0, 1] \rightarrow M_n(\mathbb{R})$
- Lecture note, page 11, line 15:  $\alpha$  in Theorem 1.15  $\Rightarrow \alpha$  **in** Theorem 1.15
- Lecture note, page 11, line 16:  $X(1, 0) \Rightarrow \tilde{X}(1, 0)$
- Lecture note, page 12, line 2:  $X : U \rightarrow M_m(\mathbb{R}) \Rightarrow X : U \rightarrow M_n(\mathbb{R})$
- Lecture note, page 12, line 4:  $Z(\delta) := X(u^1, \dots, u^j + \delta, \dots, u^m) - X(u^1, \dots, u^m)$   
 $\Rightarrow Z(\delta) := X(u^1, \dots, u^j + \delta, \dots, u^m)$
- Lecture note, page 12, line 7:

$$\frac{\partial X}{\partial u^j} = \frac{dZ}{d\delta} = Z\Omega_j = X\Omega_j \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial X}{\partial u^j}(P) = \left. \frac{dZ}{d\delta} \right|_{\delta=0} = Z(0)\Omega_j(P) = X(P)\Omega_j(P)$$

- Lecture note, page 12, lines 14 and 16:  $u_i, u_j \Rightarrow u^i, u^j$
- 局所弧状連結の定義「任意の点の近傍で弧状連結なものが取れる」 $\Rightarrow$ 「任意の点 P の任意の近傍 U に対して、U に含まれる弧状連結な P の近傍が存在する」

### Students' comments

- csc と sec を勘違いして大変だった。 **Lecturer's comment** それは大変だ。
- GW 中に講義資料をよみこみます。 **Lecturer's comment** なるほど
- ロジスティック方程式を Mathematica でグラフ化していたが、実際に解の一意性が成り立っていることが文字通り目に見えて面白かった。 **Lecturer's comment** ね。

**Q and A**

**Q 1:** Prop 2.2 の証明で使われているホイットニーの近似定理：与えられた弧  $\gamma_0: [0, 1] \rightarrow U$  ( $\gamma_0(0) = P_0, \gamma_0(1) = P$ ) に対していくらかでも“近い”弧が取れるという風にとられたのですが、複数の弧  $\gamma_1, \gamma_2$  の間の距離はいかように定めてもよいのですか？

**A:** 一様ノルムで測っています。文献の引用が間違っていました。申し訳ありません。

**Q 2:** 諸事情により、前回の授業にでられておらず、成績評価のことについて聞きたいのですが、毎週の課題の点数に傾斜をつけて点数がつけられるのですか。今回から課題を出していけば単位取得は大丈夫でしょうか。

**A:** たぶん大丈夫です。

**Q 3:** 講義資料（黒板）の 4 枚目について、赤字で  $X^{-1}$  と書いてますが、 $X: U \rightarrow \text{GL}(n, \mathbb{R})$  の逆写像ではなく、 $U$  上の点  $p$  を fix したときの  $X(p)$  の逆行列  $X(p)^{-1}$  という意味であっていますか。

**A:** あっています。

**Q 4:** 講義中の単連結の定義で「ループが可縮」という表現をされていましたが、「ループが定値ループにホモトープ」という意味であっていますか。

**A:** あっています。

**Q 5:** 複素多様体間の holomorphic function は定義されていますが、harmonic function は定義されていますでしょうか。

**A:** 調和写像ですね。(1) 調和写像はリーマン多様体の間に定義される。(2) 2次元リーマン多様体上で定義された調和写像の概念は定義域の計量の共形類によらない（が、像のリーマン計量には依存する）。したがって、リーマン面（1次元複素多様体）上で調和写像は意味があるが、一般次元ではリーマン計量を指定する必要がある。