

Advanced Topics in Geometry E (MTH.B501)

Kotaro Yamada

kotaro@math.titech.ac.jp

<http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2022/geom-e/>

Tokyo Institute of Technology

2022/05/17

Notice

- ▶ Twelve homeworks were submitted. The feedback will be found on T2SCHOLA.

Q and A

Q: A_i^j , g_{ij} , g^{ij} , Γ_{ij}^k はどのような基準でそえ字が上か下かは決まりますか.

Q and A

Q: 別の Riemann 幾何の本をよんでいるときに, Christoffel's symbol は Riemann connection の係数としてあられていたのですが,

$$\left(\nabla_{\frac{\partial}{\partial x^i}} \frac{\partial}{\partial x^j} = \sum_{k=1}^n \Gamma_{ij}^k \frac{\partial}{\partial x^k} \text{ という形}\right), \text{ これは}$$

$p: U \rightarrow \mathbb{R}^3$ ($U \subset \mathbb{R}^2$) を曲面の方程式としたとき, \mathbb{R}^3 の標準的な計量 g_0 と p から U に計量をつくらせて, そこから定まる U の Riemannian connection の係数が講義での Christoffel's symbol ということですか?

Q: クリストッフエル記号の使い方を見ると, 曲面上の各点での 2 回微分 $p_{,ij}$ をガウス枠で成分表示したときの説ベクトルの方の成分になるように都合よく定義されるように見えました. より高次元の空間の“超曲面”を考えるとときも同様にクリストッフエル記号を定義づけするのでしょうか.

Q and A

Q: 第一基本形式は長さや角度の情報をもつと仰っていましたが、一方で、第二基本形式にはどのような意味合いがあるのでしょうか.

A: 平面からの離れ具合. $f(x, y)$ を $f(0, 0) = f_x(0, 0) = f_y(0, 0)$ を満たす関数とし, $p(x, y) = (x, y, f(x, y))$ をそのグラフとするとき, 原点における第二基本行列はそのヘッセ行列と一致する.

Q and A

- Q: 「曲線と曲面」でもこの講義でも曲面を表す写像の記号として f や x ではなく “ p ” を選んでいるのには何か意味がありますか.
- A: “point” の意味. 点の座標だから. この講義では「曲線と曲面」の記号に合わせた