June 07, 2022
Kotaro Yamada
kotaro@math.titech.ac.jp

Info. Sheet 7; Advanced Topics in Geometry E (MTH.B501)

Informations

- Nine homeworks were submitetd. The feedback will be found on T2SCHOLA.
- Final score will be informed in T2SCHOLA.

Corrections

- Lecture note, page 31, Line 1: *pseudosperical* ⇒ *pseudospherical*
- Lecture note, page 31, Line 12: spanned by $[\boldsymbol{a}]$ ⇒ spanned by $\boldsymbol{a}$
- Lecture note, page 31, Line -10:

$$\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \beta_1\end{pmatrix} = P^{-1}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix}\alpha_2\\ \beta_2\end{pmatrix} = P^{-1}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \qquad \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \beta_1\end{pmatrix} = P^{-1}\begin{pmatrix}\lambda_1^{-1/2}\\ \lambda_2^{-1/2}\end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix}\alpha_2\\ \beta_2\end{pmatrix} = P^{-1}\begin{pmatrix}\lambda_1^{-1/2}\\ -\lambda_2^{-1/2}\end{pmatrix}$$

- Lecture note, page 32, Line 15: the chain rule ⇒ by the chain rule
- Lecture note, page 32, Line -6: $\boldsymbol{v}_1(u,v)$ ⇒ $\boldsymbol{v}_j(u,v)$
- Lecture note, page 32, Line 14: $v(\xi, eta)$ ⇒ $v(\xi,\eta)$
- Lecture note, page 32, Line 18: and$u_\xi v_\eta = 0$ ⇒ and $\quad u_\xi v_\eta = 0$
- Lecture note, page 32, Line -11: *a neighborhood* V ⇒ *a neighborhood* V'
- Lecture note, page 32, Line -10: $\in V$ ⇒ $\in U$
- Lecture note, page 34, Line 4: $\theta(\xi, eta)$ ⇒ $\theta(\xi,\eta)$
- Lecture note, page 34, Line 13: $\theta\colon D \to (0,\pi)$ ⇒ $\theta\colon U \to (0,\pi)$
- Lecture note, page 34, Line 18: *pseud-spherical* ⇒ *pseudospherical*

Students' comments

- 演習問題が今回の授業のための準備になっていた流れがとてもきれいで感動しました．毎回授業が楽しみです．（今回寝ぼうしましたが録画があったので助かりました） **Lecturer's comment** 心配しました．
- 今回の講義ではたくさんの情報が一気におしよせてきた感じで，整理をつけるのが難しそうです． **Lecturer's comment** 最終回もです．伏線回収なので．
- 周期性の問題まったくわかりませんでした．

  Lecturer's comment こういうの，知らないとできないかもしれませんね．

Q and A

Q 1: ガウス曲率が負で一定の回転面は特異点をもつ形になると記憶していますが，Exercise 5-2 で得られる曲面（とくに Exercise 6-1 で求めた θ によるもの）は特異点をもつのでしょうか．

A: はい，今回種明かしをしますが，$\theta \equiv 0 \pmod{\pi}$ となる点で ds^2 は正則にならないので，特異点となっています．Sine Gordon 方程式と漸近チェビシェフ網は然るべき仮定のもとで特異点を持つ曲面を表示することができるのですが，これについては時間があったら紹介します．

Q 2: Problem 6-2 で $e \in (0,1)$ にすると惰円積分（原文ママ：楕円積分）がでてくるのにはなにか幾何的な理由があったりするのでしょうか？？

A: 何をもって幾何的というのかよくわかりません．初等幾何的な何か，という意味であれば山田は答えをもっていません．

Q 3: $K = -1$ (一定) となるような曲面は擬球以外にどのようなものがありますか．またそれらは同相の違いを除いて分類されているでしょうか．

A: 沢山ある．`https://virtualmathmuseum.org/Surface/gallery_o.html` 微分幾何学的な対象なので「同相」で分類するのは筋がわるいと思います．

Q 4: $ds^2 = e^{2\sigma}(du^2 + dv^2)$ と II を適当に与えることで，曲面論の基本定理から等温座標系でパラメータづけられた極小曲面が構成できると思うのですが，このとき，可積分条件はどうなるのでしょうか．

A: 平均曲率一定なので，Exercises 5-3 からコダッチは $q := \frac{1}{2}(L - N) + iM$ の正則性と同値．さらに極小であることから $L + N = 0$．この状況でガウス方程式 $\Delta\sigma = -e^{2\sigma}K$．