

June 21, 2022
Kotaro Yamada
kotaro@math.titech.ac.jp

Info. Sheet 2; Advanced Topics in Geometry F (MTH.B502)

Informations

- Seven homeworks were submitted. The feedback will be found on T2SCHOLA.

Corrections

- Lecture Note, page 1, line 12: $T_p M^m \Rightarrow T_p M$
- Lecture Note, page 1, line -2: $T_p^* M^N \Rightarrow T_p^* M$
- Lecture Note, page 2, line 4: **tangent bundle** of M . ∴ Remove one period.
- Lecture Note, page 2, line 9: differentiable manifolds \Rightarrow differentiable **manifold**
- Lecture Note, page 2, line 13 (eq. (1.6)): $\text{in}(x^k) \Rightarrow \text{in}(x^k)$ (add a space)
- Lecture Note, page 2, line -12: subjection \Rightarrow **surjection**
- Lecture Note, page 3, line -9: Riemannian manifold g on N is \Rightarrow Riemannian **metric** g on N is
- Lecture Note, page 2, line -6: Remove “である”
- Lecture Note, page 3, line -14: can be reagrdrd an \Rightarrow can be reagarded **as** an
- Lecture Note, page 4, line 9: $(\mathbb{R}^{n+1}, g_l) \Rightarrow (\mathbb{R}^{n+1}, g_L)$
- Lecture Note, page 4, line -8: $\delta - ij \Rightarrow \delta_{ij}$
- Lecture Note, page 4, line -3: $\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle = -1 \Rightarrow \langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_L = -1$

Students' comments

- 「部分多様体」, 「埋め込み」などの言葉は文脈によって意味がちがうので、まだヘタクソなので苦労しています。

Lecturer's comment たしかに、しばらく先まで読まないの意味がわかりません。何かありますね。

- 何で矢野がベクトル場なのですか？

Lecturer's comment 矢 \rightarrow vector; 野 \rightarrow field.

- 今Qもよろしくお願いします。

Lecturer's comment ちょっと突っ走るけど許して下さい。

- 1Qの復習をします。

Lecturer's comment なるほど。可積分性を来週使います。

Q and A

Q 1: V : ベクトル空間, V^* : V の双対空間としたときに、内積の有無と標準的な同型の有無についての話がありましたが「標準」の意味がわかりません。この場合、 $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in V$ に対して $g(\mathbf{v}, \mathbf{w}) \in \mathbb{R}$ という内積が備わっているときの V から V^* への標準的な同型写像というのは $\mathbf{v} \in V$ に対して $g(\mathbf{v}, \cdot) \in V^*$ を対応させるものが「標準的な同型」なのでしょう。また、もしこれが標準的な同型であったとしても、標準的である、という概念の使われ方の一例にすぎないと思うのですが、そもそも一般論として「標準的な」とはどういう意味なんですか？

A: 「標準的」も文脈依存であるような気がします。もともと与えられた構造から一意に決まることが必要だと思います。

Q 2: Fact 1.3 で任意の (パラコンパクトな) 多様体はリーマン計量をもつとありますが、擬リーマン計量の場合はどうなのでしょう。

A: 必ずしももつとは限りません。多様体の位相に制限が加わります。