

Info. Sheet 7; Advanced Topics in Geometry F (MTH.B502)

Informations

- Seven homeworks were submitted. The feedback will be found on T2SCHOLA.
- Due to my failure of scheduling (“double booking”), the lecture on August 2 will not be broadcasted. Instead, the live lecture will be broadcasted on the afternoon of Monday (August 1, 14:20–16:00) for recording. If interested, please watch the video and/or the live broadcasting on Monday. Thank you for your understanding.
- This is the final lecture. Thank you for attending, and cooperating with the lecture.
- Please fill the form “Course Survey” in T2SCHOLA.

Corrections

- Lecture Note, page 21, line 7: A *vector filed* \Rightarrow A *vector field*
- Lecture Note, page 21, bottom: Theorem ?? \Rightarrow Theorem 5.1
- Lecture Note, page 22, line 5: \mathbb{R}^N -valued \Rightarrow \mathbb{R}^n -valued
- Lecture Note, page 22, line 14: Corollary ?? \Rightarrow Corollary ??
- Lecture Note, page 22, line 15: $\tilde{\Omega} := \Rightarrow \tilde{\Omega} =$
- Lecture Note, page 22, line 16: as in (??) \Rightarrow as in (5.8)
- Lecture Note, page 23, line 20: $\langle df(X), dfY \rangle \Rightarrow \langle df(X), df(Y) \rangle$
- Lecture Note, page 23, line 24:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\mu \\ \mu & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \Omega = \begin{pmatrix} 0 & \mu \\ -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

- Lecture Note, page 23, line 26:

$$\begin{pmatrix} 0 & -d\mu \\ d\mu & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -k \\ k & 0 \end{pmatrix} \omega^1 \wedge \omega^2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & d\mu \\ -d\mu & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & k \\ -k & 0 \end{pmatrix} \omega^1 \wedge \omega^2$$

- Lecture Note, page 24, Lemma 6.6:

$$\begin{aligned} dv_1 &= \mu v_2 + h^1 v_3, & dv_1 &= -\mu v_2 + h^1 v_3, \\ dv_2 &= -\mu v_1 + h^2 v_3, & dv_2 &= \mu v_1 + h^2 v_3, \\ dv_3 &= -h^1 v_1 - h^2 v_2, & dv_3 &= -h^1 v_1 - h^2 v_2, \end{aligned} \Rightarrow$$

- Lecture Note, page 24, Lemma 6.6:

$$\tilde{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\mu & -h^1 \\ \mu & 0 & -h^2 \\ h^1 & h^2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \tilde{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & \mu & -h^1 \\ -\mu & 0 & -h^2 \\ h^1 & h^2 & 0 \end{pmatrix}$$

Students' comments

- <Def. 2.15> の $\nabla e_j = \sum \omega_j^k e_k$ という書き方が新鮮でした。

Lecturer's comment $\nabla_* X$ は X を止めれば $*$ に関して微分形式ですからね。

- 一週間経つのが早いです。

Lecturer's comment 山田もそう思います。

- 1, 2Q とおしてお世話になりました。大変楽しい講義でした。ありがとうございます。少しは微分幾何の計算の耐性がつきました!!

Lecturer's comment はあ。

- 興味深い内容の講義を有難うございました。

Lecturer's comment こちらこそ、ご聴講ありがとうございました。

- 今までありがとうございました!

Lecturer's comment こちらこそ

Q and A

Q 1: n 次元リーマン多様体 (M^n, g) に対して \mathbb{R}^{n+1} (の部分集合) への等長写像が存在するのは M が定曲率のときのみでしょうか?

A: いいえ。たとえば、はめ込み $f: M^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ に対して、 f で \mathbb{R}^{n+1} のユークリッド計量を引き戻したものを g とすれば f は (M^n, g) から \mathbb{R}^{n+1} への等長はめ込みとなる。

Q 2: Local isometry には単射性の条件はないですが、単射性をつければ metric を考えた submanifold になるとおもったのですが、どうでしょうか。

A: はい。そのとおりです。

Q 3: 本講義では、最後まで Christoffel symbol を使わずに終わりましたが、これを使う形に書き換えるとどういう形になるのでしょうか。

A: 結構面倒くさい。座標によらない形ということで、テンソルを用いて表すことが多いですね。書き換え表を作ってみると面白い。