線形代数学第一 (LAS.M102-10)

行列の演算

山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp
http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2022/linear-1/

東京工業大学

2022/04/15

前回の補足

k次 行ベクトル

vector

ヴェクタ

$$A = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}^1 \\ \boldsymbol{a}^2 \\ \boldsymbol{a}^3 \end{bmatrix}, \qquad B = [\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2]$$

3×k

k×2 k次 列ベクトル

数

$$AB = \begin{bmatrix} a^1 b_1 & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

3×2

1×1

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{bmatrix}$$

- 2 次の列ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ に対して，列ベクトル $\boldsymbol{y} = A\boldsymbol{x}$. を対応させる対応の規則 $f_A \colon \boldsymbol{x} \mapsto A\boldsymbol{x}$（線形変換）
- 2 次の列ベクトル $\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ に対して，列ベクトル $\boldsymbol{z} = B\boldsymbol{y}$ を対応させる対応の規則 $f_B \colon \boldsymbol{y} \mapsto B\boldsymbol{y}$

(記号なし)

$$z = (\cancel{AB})x$$

行列の積

$$\boxed{BA}$$

$$y = Ax$$
$$z = By$$
$$= B(Ax)$$

結合

$$= (BA)x$$

おまけ 1

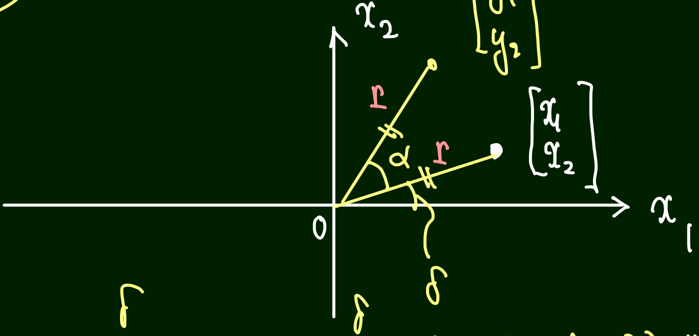
回転行列

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$y_1 = \cos\alpha\, x_1 - \sin\alpha\, x_2$

$y_2 = \sin\alpha\, x_1 + \cos\alpha\, x_2$

- 2 次の列ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ に対して，列ベクトル $\boldsymbol{y} = R(\alpha)\boldsymbol{x}$ を対応させる対応の規則

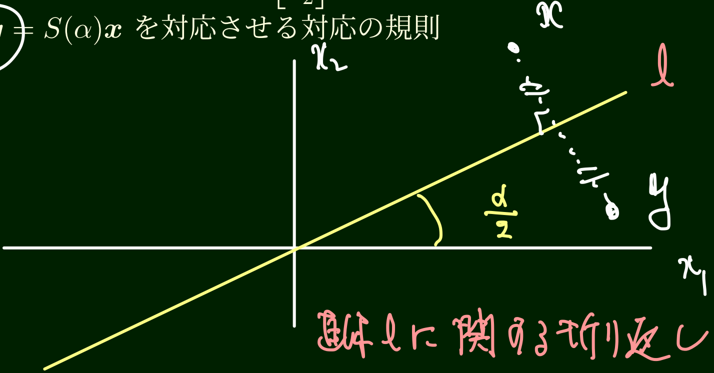


$x_1 = r\cos\delta, \quad x_2 = r\sin\delta \; ; \quad y_1 = r\cos(\alpha+\delta), \; y_2 = r\sin(\alpha+\delta)$

おまけ2

$$S(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & -\cos\alpha \end{bmatrix}$$

- 2次の列ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ に対して，列ベクトル $\boldsymbol{y} = S(\alpha)\boldsymbol{x}$ を対応させる対応の規則



直線 l に関する折返し

問題 1-1

問題

e

次の行列の型，(2,4)-成分．

$$A = \begin{array}{cc} & \overbrace{\begin{array}{ccccc} & & & 4 & \end{array}}^{5} \\ \begin{array}{c} \\ 2 \\ \\ \\ \end{array} & \left.\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & 6 \\ \pi & 0 & 5 & e & -2 \\ \log 3 & 1 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 8 & 3 \end{bmatrix}\right\} 4 \end{array}$$

$\left\{\begin{array}{l} 4\text{行}5\text{列} \\ (4,5)\text{型} \\ 4\times 5\text{型} \end{array}\right.$

$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

$\cancel{5\times 4}$

問題 1-2

$O_{2,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $O_{3,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

問題

すべての成分が 0 であるような (m,n) 型行列を，（(m,n) 型の）零行列とよび $O_{m,n}$ と書く（テキスト 10 ページ）．
文脈から型が自動的に決まる場合は (m,n) を省略して「零行列 O」などと書く．
また，行の数と列の数が一致する行列を正方行列という（テキスト 2 ページ）．
問題 1-1 の A と (p,q) 型行列 B に対して

$m \times m$

$(4,5)$

$p = 5$ $q = \cancel{6}\ 4$

$$AB = O$$

が成り立ち，さらに零行列 O が正方行列となるとき，O と B の型．

$(4,q)$ 型 正方