

線形代数学第一 (LAS.M102-10)

行列の演算

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

[http:](http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2022/linear-1/)

[//www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2022/linear-1/](http://www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2022/linear-1/)

東京工業大学

2022/04/15

前回の補足

$A = \begin{bmatrix} a^1 \\ a^2 \\ a^3 \end{bmatrix}, \quad B = [b_1 \ b_2]$

k 次 行ベクトル vector
 $3 \times k$ ベクトル $k \times 2$ 次 列ベクトル

$AB = \begin{bmatrix} \text{数} & \text{数} \\ a^1 b_1 & a^1 b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a^3 b_1 & a^3 b_2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \checkmark & \checkmark & \checkmark \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

3×2 1x1

列ベクトル・行列の積

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{bmatrix}$$

▶ 2次の列ベクトル $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ に対して、列ベクトル $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$ を対応させる対応の規則 $f_A: \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ (線形変換)

▶ 2次の列ベクトル $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ に対して、列ベクトル $\mathbf{z} = B\mathbf{y}$ を対応させる対応の規則 $f_B: \mathbf{y} \mapsto B\mathbf{y}$ (記号'ふし)

$$\mathbf{z} = \cancel{(AB)} \mathbf{x}$$

$\mathbf{y} = A\mathbf{x}$
 $\mathbf{z} = B\mathbf{y}$
 $= B(A\mathbf{x})$
 $= (BA)\mathbf{x}$

行列の積
結合

BA

おまけ1

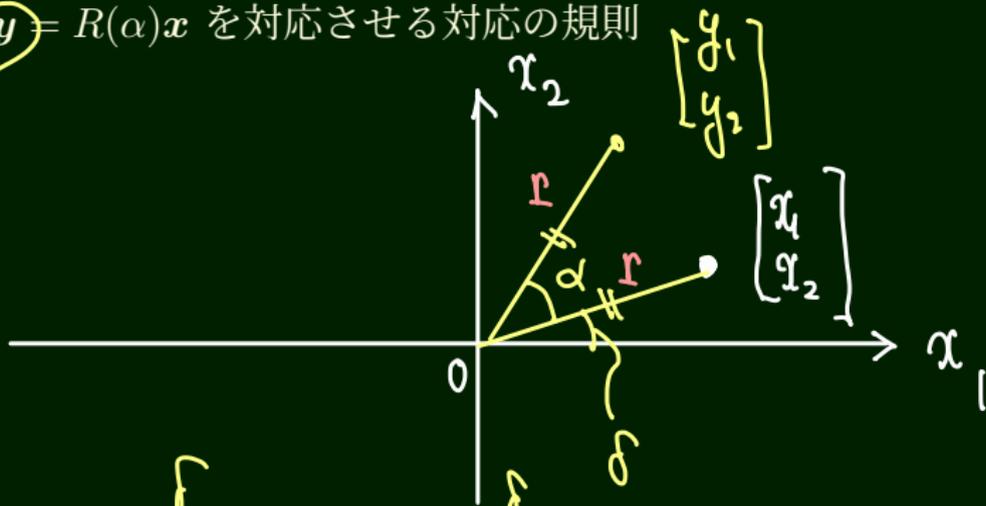
回転行列

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= \cos \alpha x_1 - \sin \alpha x_2 \\ y_2 &= \sin \alpha x_1 + \cos \alpha x_2 \end{aligned}$$

▶ 2次の列ベクトル $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ に対して、列ベクトル

$y = R(\alpha)x$ を対応させる対応の規則

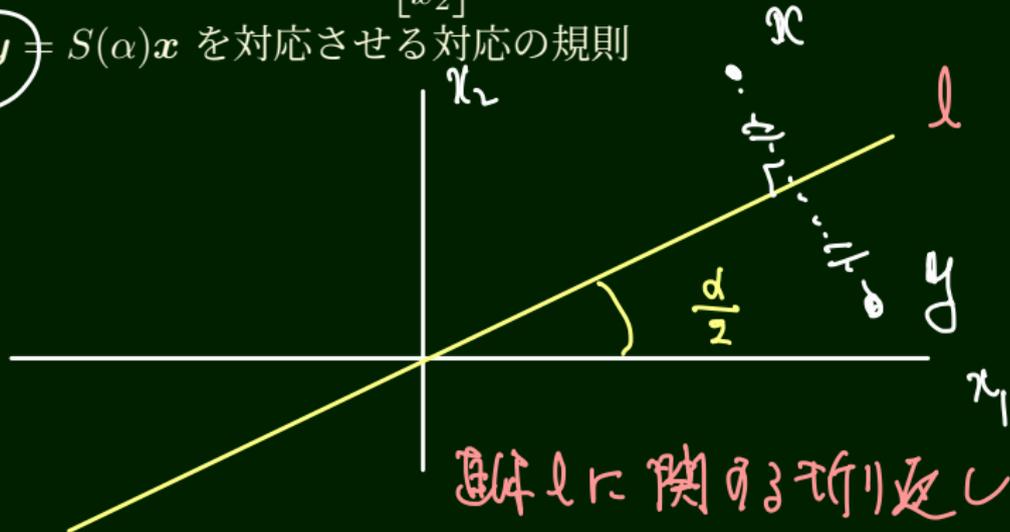


$$x_1 = r \cos \alpha, \quad x_2 = r \sin \alpha; \quad y_1 = r \cos(\alpha + \delta), \quad y_2 = r \sin(\alpha + \delta)$$

おまけ2

$$S(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix}$$

- ▶ 2 次の列ベクトル $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ に対して、列ベクトル $\mathbf{y} = S(\alpha)\mathbf{x}$ を対応させる対応の規則



問題 1-1

問題

次の行列の型, $(2, 4)$ 成分.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & 6 \\ \pi & 0 & 5 & e & -2 \\ \log 3 & 1 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

Handwritten annotations: A yellow bracket above the matrix spans columns 2 through 5, with a '5' written above it. A red circle highlights the element 'e' in the second row, fourth column. A red bracket on the right side of the matrix spans all four rows, with a '4' written to its right. A red '2' is written to the left of the matrix, and a red '4' is written above the fourth column.

$\left(\begin{array}{l} 4 \text{行 } 5 \text{列} \\ (4, 5) \text{ 型} \\ 4 \times 5 \text{ 型} \end{array} \right)$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$$

~~5×4~~

問題 1-2

$$O_{2,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$O_{3,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

問題

すべての成分が 0 であるような (m, n) 型行列を, $((m, n)$ 型の) 零行列 とよび $O_{m,n}$ と書く (テキスト 10 ページ).

文脈から型が自動的に決まる場合は (m, n) を省略して「零行列」などと書く.

また, 行の数と列の数が一致する行列を 正方行列 という (テキスト 2 ページ).

問題 1-1 の A と (p, q) 型行列 B に対して

$(4, 5)$

$$AB = O$$

$m \times m$

$p = 5$

$q = 4$

が成り立ち, さらに零行列 O が 正方行列 となるとき, O と B の型.

$(4, 4)$ 型 正