2022 年 4 月 15 日
山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp

線形代数学第一 (LAS.M102-10) 講義資料 2

■お知らせ

- 92 名の方から課題の提出がありました．T2SCHOLA よりフィードバックしておりますので確認してください．なお，返却答案に書かれた文字が読めないかもしれません．山田用のメモということでご容赦ください．質問への回答等はこの資料にあります．
- 前回の最後の問題の答えを書いてくださった方がいらっしゃいましたが，それは課題ではありません．
- 締切に間に合わなかったとのことでメイルで提出された方がいらっしゃいます．手間が格段に増えますので個別の対応はいたしません．ご容赦ください．
- 声が聞き取りにくいというご意見を多数いただきました．改善してみようと思います．聞き取りにくかったらその場で申し出ていただけると助かります．換気の騒音については改善の要求をします．
- 授業動画をできるだけ公開してほしいというご要望がありました．なるべくあげたいと思いますが，お約束はできません．なお無編集ですのでお見苦しいところはご容赦ください．

■前回の補足

- 行列 $A=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}^1\\ \boldsymbol{a}^2\\ \boldsymbol{a}^3\end{bmatrix}$ と $B=[\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2]$ の積の説明を読み誤っていた方がいます．各 $\boldsymbol{a}^j$ は m 次行ベクトル，$\boldsymbol{b}_j$ は m 次列ベクトルであってスカラではありません．
- 黒板太字の書き方についてのご質問が複数：$\mathbb{R}$ などの「縦線」をどこに入れるか，という規則はとくにないようです．「太字である」ということが伝わればよいです．
- ベクトルのデフォルトが「列ベクトル」なのはなぜ？ というご質問が複数ありました．「行列を左から掛けたい」から．第 2 章（連立一次方程式）や第 4 章（線形写像）でこの書き方が活躍します．
- 行列がどのように役に立っているか，というご質問が複数．(1) 人による．(2) 皆さんにとっては役に立たない場面を想像することが難しい．あとで出てくるかもしれないが今の段階で教えてほしい，という型もいらっしゃいました．もっとも近距離は「連立 1 次方程式」.
- 行列の積の定義はなぜ，講義でのべた形か，というご質問が複数．「線形写像の合成」と関係しています．講義中に少し説明します．
- 行列の割り算についての質問：「逆行列」の項で扱います．割り算，という言い方はしないようです．
- 用語を英語で書いたりしていますが，これは覚えなければならないか，というご質問もありました．この授業では必須ではありませんが知っていると便利だと思います．気をつけておく，くらいで．

■前回までの訂正

- 「誤りが見つからなかった」という方複数．そうかもしれませんが以下の大きな誤りもありました．
- 故意に誤りを混ぜることはしていません（危険な副作用がありそうなので）
- 講義資料 1 の日付：20233 年 ⇒ 2022 年.

■授業に関する御意見

- 次回の授業範囲は T2SCHOLA に掲載されますが，授業終了間際の次回予告でわかっている範囲で言っていただけるとより早く予習ができますので，そこをお願いしたいです． **山田のコメント** おおまかには授業日程表に従っていくつもりです．
- 講議を聞いても実際に手を働かしていかないと分からないことがあるので，授業中も実際に問題を解いていきたいです．
  山田のコメント：「講議」ではなく「講義」です．
- 最初のうちは自分で例をつくって，行列の計算に慣れていこうと思います． **山田のコメント** ぜひ．
- もっと震度を早めるか数学的な内容をもっと深堀するかしてほしいです． **山田のコメント** 必修・共通科目なので，難しい．
- 授業のペースが遅いと思っている生徒がいるようですが，僕はこのペースがいいのでペースを速めないでください．
  山田のコメント： 生徒ではなく学生（学校教育法）
- いまのペースでちょうどよい．/面白くて，丁度良いスピードでした． **山田のコメント** はやくなると思う．
- まだ初回の授業であるということもあり，大学数学らしい抽象的な数学はまだ経験していませんが，懇切丁寧にご教示いただけるので，これからの発展的な内容を先生からお教えいただくことが楽しみです．
  山田のコメント： 線形代数学第一はたぶん「算数」的なものが多くなりますが．
- 途中の休憩時間がいい見で肩の力を抜く機会になり，有難かったです． **山田のコメント** よかった．
- 教室の前の方が明るくてパワポが見づらいので暗くしてほしいです．
  山田のコメント： 了解．ちなみに「パワポ」ではありません（PowerPoint は商品名ですね）．
- 授業前に T2SCHOLA に授業で使うスライドを掲載してくれるとありがたいです． **山田のコメント**「映写資料」があります．
- 初回なので緊張していましたが，ユーモアがあってすごく楽しかったです．私はそのまま写すだけでいいので黒板の方が好きですが，スライドでも十分理解できたと思います． **山田のコメント** スライドといっても黒板のような使い方しかしてませんね．
- これからあらゆる学問に必要不可欠となる線形代数をこれから学んでいくことが楽しみになりました．初回のガイダンスで詳しく説明してくださりありがとうございます．一年間よろしくお願いします．
  山田のコメント： 途中でがっかりしないでほしいな．一年ではなく 2 ヶ月くらいですね．
- 意見というより感想なのですが，新しい分野について学ぶのは久しぶりなので高揚感を感じました．これからの授業もたのしみです． **山田のコメント** つまらなくなるかもしれませんよ．
- 大学の数学は堅苦しいときいていましたが今回の基本は楽しく感じました． **山田のコメント** 堅苦しいのは良いことかも．
- 高校の頃と大きな違いがあるのではと不安になっていましたが，気さくで面白く少し安心しました．これからもよろしくお願いします． **山田のコメント** こちらこそ．
- 雑談を交えての授業だったので飽きることなく受けることができました．行列の積の部分は授業の説明のみでは理解が難しかったです． **山田のコメント** そうだよね．
- まだ一回しか受けていないためにわからない部分も多いのですが，話の中にたまに先生の批判など個人的な見解が挟まれていたのが面白かったので今後も続けていっていただけると嬉しいです． **山田のコメント** 加減が難しいね．
- とても分かりやすい授業でした．/わかりやすかったです． **山田のコメント** そう?
- 文字だけでなく，具体的な数値を用いた説明でとてもわかりやすかったです．/例示をしながら説明してくださるので理解し易かったです． **山田のコメント** 文字だけで理解できるようになるとよいですね．
- 先生の授業は非常にわかりやすく興味深かったです． **山田のコメント** そう？
- 大学入学後の初めての授業ですごく緊張していましたが分かりやすかったです．よろしくお願いします．
  山田のコメント： まだわかりやすいかもね．
- 良かったです． **山田のコメント** そう?
- 板書が見やすかったです． **山田のコメント** それはよかった．
- 第 1 回目の授業ありがとうございました．/初めての授業ありがとうございました． **山田のコメント** こちらこそ．
- スクリーンが大きく見易かったです． **山田のコメント** 見にくいときは言ってください．
- 和やかな雰囲気で緊張がほぐれました．今後もこのような雰囲気で講義が進むとうれしく思います．/アットホームでほっとしました． **山田のコメント** どうなることか．
- 面白くて優しそうな先生で安心しました．今後の授業が楽しみです． **山田のコメント** どうでしょうね．
- 優しい雰囲気の教授でよかった． **山田のコメント** 雰囲気は優しい？
- ところどころはさむ冗談も面白く，楽しい授業でした． / 授業中に先生の仰る冗談がおもしろいです． / たまに冗談を交えながら和やかな雰囲気で授業が進んでおりよいと思った． **山田のコメント** はい．
- 先生のゆったりとした授業全体の雰囲気がとても心地よいです． **山田のコメント** たぶん，もうすこし急ぎます．
- 大学生になり初めての授業だったが，担当の教授の話がとてもおもしろく，あっという間に 100 分がすぎてしまった．これからの授業がとても楽しみです． **山田のコメント** どうなるかね．
- 自分は通学が長くてしばしば遅延もこるので，それをあまり気にしなくてよさそうだったので安心しました．
  山田のコメント： 山田も 35Km くらい．
- 今まで a_{ij} などの添字でどちらが行か列なのかがよく迷ってましたが，はっきり定着させることができたと思います．よろしくお願いします． **山田のコメント** こちらこそ．
- $A\times B$ と $B\times A$ の解が異なるというのがあまり理解できなかった． **山田のコメント**「あまり」はどの辺まで理解できたのか．
- これからよろしくお願いします．(2 件) **山田のコメント** こちらこそ．
- 特になし (5 件) **山田のコメント** me, too.

■質問と回答

質問 1： 教科書 2 ページに「$(1,1)$ 型の行列 $[a]$ は数 a とみなされる」とありますが，これは $[a]$ と任意の行列との積は，行列の積が定義される条件によらず，a のスカラー倍されると考えてよいのでしょうか．

お答え： スカラ倍をするときは，そのスカラを行列とは考えない．$(1,1)$ 型行列をスカラと見なすことはあるが，スカラはつねに $(1,1)$ 型行列と解釈しなければならないわけではない．

質問 2： 行列 A，B の足し算 $A+B$ と数の足し算 $1+1$ の「$+$」は違うとおっしゃっていましたが，教科書の 2P では「$(1,1)$ 型行列 $[a]$ は数 a とみなされる」とあったので，$A+B$ の $+$ の定義に $1+1$ の $+$ が含まれるのではないかと思いました．$[a]$ が a とみなせると同時に a が $[a]$ とみなせるとしたら，ですが．

お答え： そうですね．例示したのは $(1,1)$ 行列ではない局面でしたね．

質問 3： $m\times n$ 行列 A と $n\times l$ 行列 B の積 AB は $m\times l$ 行列となり，スカラーではないが，行ベクトル（$1\times n$ 行列）$\boldsymbol{a}$ と列ベクトル（$n\times 1$ 行列）$\boldsymbol{b}$ の積 $\boldsymbol{ab}$ がスカラーとなっているのは $\boldsymbol{ab}$ は 1×1 行列であることより $\boldsymbol{ab}=[a]=a$ とみなせるから，であたっているでしょうか． **お答え：**はい．

質問 4： 高校数学でのベクトルは大きさと向きを持った値というものだったが，列ベクトルや行ベクトルでのベクトルはどういうもので高校までのベクトルとの違いは何ですか．

お答え： ここでは図形を忘れる．当面，ただの数の並びと思うこと．次の質問のように，これらは「数ベクトル」と呼ぶべきかもしれない．特別な場合として 2 次・3 次の（行・列）ベクトルは高等学校で学んだ平面・空間ベクトルの成分表示と思えばよい．

質問 5： 数がならんだものをベクトルと思う，という説明をされていましたが，それはベクトルではなく数ベクトルではないでしょうか．ベクトルどうしの和，ベクトルのスカラー倍が計算可能な世界であるベクトル空間の要素 1 つ 1 つのことをベクトルだと認識しています．

お答え： 仰るとおり．ずっと先の方を眺めるとそちらの方が自然．ここでは「行列」の扱いになれることを優先させるので，ご質問のような扱いはしませんが，「ベクトル」という語をなるべく単独では用いず，「行ベクトル」「列ベクトル」ということにします．

質問 6： 高校数学でのベクトルは行列の一種であるという認識でよいですか．

お答え：「高校数学でのベクトルの成分表示は，（行・列）ベクトルと見なすと行列の一種」という事実．認識ではない．

質問 7： 高校で習った平面・空間ベクトルと行列の演算が似ていると思いました．するとなぜ行列の演算は順番を入れ替えると結果がかわってしまうのですか？

お答え： 行列の演算のうち，順序に依存するのはどれでしょう．それは高等学校でならったベクトルの演算のどれに相当しますか？

質問 8： ベクトルは列ベクトルとして扱うとありますが，$\vec{a}+\vec{b}$ などは出来ますが，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ などは，行列の定義では計算が出来ないです．これは積と内積が全く違うものだからですか？

お答え： そうです．n 次列ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ に対して，一方を転置して，行列の積 ${}^t\boldsymbol{ab}$ を考えると，この積は意味をもち，結果として得られる $(1,1)$ 行列をスカラと見なすと，これが $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ の内積（標準内積，ユークリッド内積という）となる．

質問 9： 行ベクトルと行ベクトルの積はベクトルの内積のように処理することができるのか．

お答え： そう定義するのであればそう．それは行列としての積ではない．

質問 10： n 次限の行ベクトル A, n 次限の列ベクトル B, C とそて A と B と C の積 ABC は定義されるのか．

お答え： $n\geqq 2$ なら型があわないので行列の積としては定義されない．ちなみに次限ではなく次元．

質問 11： 高校数学で習ったベクトルの内積は，行列でいうと「1 次行ベクトルどうしの積」または「1 次列ベクトルどうしの積」ということになっているのでしょうか． **お答え：**いいえ．「1 次行ベクトル」はスカラーではないでしょうか．

質問 12： n 次元 $n\geqq 4$ について，今日少し言及していましたが，3 次元までは紙に書き認識することができますが，n 次元とはどのような概念なのですか？ **お答え：**(1)「慨念」ではなく「概念」(2) 3 次元のベクトルを紙に書いて「認識」できますか (3) n 個の数の並び．当面，図形は忘れる．

質問 13： ベクトル・行列を高次元に拡張することによってできるようになることが僕はコーシー・シュワルツの不等式の証明くらいしか現在のところわからないです．高次元に拡張することで，どのくらい数学的発展をもたらしているのかを端的に教えていただけると嬉しいです． **お答え：**端的というのはミッション・インポッシブル．連立 1 次方程式は直近の例．

質問 14： $\boldsymbol{a}_1$ ではなく $\boldsymbol{a}^1$ と昔から各とおっしゃっていましたが，$\boldsymbol{b}_1$ はなぜ $\boldsymbol{b}^1$ と書かないのでしょうか？ 統一したほうがわかりやすいのではないかと思いました．’ **お答え：**行の番号を上付き添字，列の番号を下付き添字で書く，というのが古の習慣．ここで上げた例では $\boldsymbol{b}_j$ は列ベクトルなので，その番号は下付き．古典的な「テンソル解析」の記法です．

質問 15： 行列 A に含まれる $\boldsymbol{a}^1$, $\boldsymbol{a}^2$, $\boldsymbol{a}^3$ 太文字なのはなぜか． **お答え：**行ベクトルだから．

質問 16： 質問です．$A=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}^1\\ \boldsymbol{a}^2\\ vecta^3\end{bmatrix}$ この表記では，$\boldsymbol{a}^1=[1,2,3]$, $\boldsymbol{a}^2=[4,5,6]$, $\boldsymbol{a}^3=[7,8,9]$ とおくと $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{bmatrix}$ となるという認識でよいのでしょうか．

お答え： ご質問のようになる，ということでよいです．これは記述の定義に類することですから，認識ではなく事実でよいです．

質問 17： A という行列の成分にベクトルが入ってくるということがあるのでしょうか？ **お答え：**どういう状況を考えている？ 上の質問のような状況であれば，行ベクトルをならべて行列ができている．ただし個々の行ベクトルは A の「成分」ではない．

質問 18： 行列はベクトルを並べたものという認識で大丈夫ですか？

お答え： ベクトルをならべたもの，と考えることができる，という意味で大丈夫．つねにそう思わなければならないわけではない．

質問 19： 行ベクトル，列ベクトルといった表現がありましたが，行列とベクトルは同一視することができるのでしょうか？ また，同一視できる場合，$(2,4)$ 型のような形の行列は，ベクトルとしてはどのように演質（原文ママ）できるのでしょうか？

お答え： 行ベクトル，列ベクトルの定義はよいですね．同一視の仕方はいろいろあるかもしれません．$(2,4)$ 行列を 8 次の列ベクトルと同一視してもよいですね．その場合，和やスカラー倍は共通に定義できますが，積は行列の型に依存しているので，同一視によって失われた構造になりそうです．

質問 20： ベクトルと行列の比較として，ベクトルの大きさに対応する，行列の大きさを表すような量は存在するのでしょうか．私は行列を，行ベクトルを成分として持つベクトルとして捉えることで，列ベクトルの大きさを求めるのと同様にして，行ベクトルの大きさの 2 乗の総和を 0.5 乗したものが，これに相当する量なのではないかと考えました．

お答え： さまざまなものがあります．「行列・ノルム」で検索してみましょう．ご提案のものは行列の成分の 2 乗和の平方根ですね．ほかにも成分の絶対値の最大値，${}^tAA$ の最大固有値の平方根など用途によって使い分けます．

質問 21： 零行列の存在意義は何なのか．

お答え： 数の 0 と同じ．行列に加えてもとの行列を変えない（加法の単位元）．

質問 22： 2 つの行列の積が零行列になるときかならずしもその 2 つが零行列になるわけではないことは知っているのですが，逆にどのような行列にも掛けると零行列になるような零行列以外の行列は必ず存在するのでしょうか．

お答え： たとえば状況を制限して：任意の 2 次正方行列 A に対して $AB=O$ となるような 2 次正方行列を求めよ．

質問 23： $A=[a_{ij}]$ を示す場合，i と j の範囲は横にして書くのか，縦にして書くのか，どちらが適切ですか．

お答え： スペースによる．どちらでもよいです．

質問 24： 行列の和や積はその成分が実数であれ複素数であれ同様に定義できるものですが，実数か複素数かで定義が変わるものはありますか．

お答え： 内積がからんでくると複素数の場合に定義が変わってくることがあります．第 6 章．

質問 25： 行列の成分となる数の説明で 数 $\in \mathbb{R}, \mathbb{C}$ という表現をしていましたが，$\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$ なので，数 $\in\mathbb{C}$ で良いと思います．

お答え： とくに成分を実数と限ることもあるので，二通り書きました．

質問 26： 数 $\in \mathbb{R}, \mathbb{C}$ と書いていましたが，数 $\subset \mathbb{R}, \mathbb{C}$ の方が適当であるように感じました．どちらの方が適切ですか．

お答え： 前者．後者は誤り．“$\in$” は「要素である」，“$\subset$” は「部分集合である」という記号です．たとえば $1\in\mathbb{R}$, $\{1\}\subset\mathbb{R}$ です．前者の状況を考えているので，$\subset$ を用いるのは誤りです（適切かどうかの問題ではありません．正しいかどうかの問題です）．

質問 27： 今回の授業では実数と複素数を表すのにそれぞれ大文字の $\mathbb{R}$，$\mathbb{C}$ を用いることを学びましたが，これ以外にも数の集合を表す大文字で覚えていおいたほうがよいものがあれば教えて欲しいです．

お答え： テキスト 8 ページ．

質問 28： 行列やベクトルの表記の仕方についての質問です．本日の授業において行列の成分を文字を用いて表記する際には通常の小文字のアルファベットを用いていましたが，ベクトルの成分については太字のアルファベットを用いていらっしゃったと思います．ベクトル自体を表す場合は小文字で太字とおっしゃっていましたが，ベクトルの成分を文字で表す場合も太字を用いたほうが良いのでしょうか．

お答え：（行・列）ベクトルの成分は通常太字を用いません．テキストをご覧ください．

質問 29： 大学の数学では，数以外のものを文字でおくこともあるといったことを仰っていましたが，高校のときも数列を文字でおくことがありました．数列は数に含まれるのでしょうか．

お答え： 数列 $\{a_1,a_2,\dots,\}$ を考えるとき，各 a_j は数．したがって数に名前を付けている，とみなしてよい．この数列全体に一つの名前をつけて $A=\{a_1,a_2,\dots,\}$ とするのが「数列を文字でおく」ということですね．高等学校の教科書ではあまりでてこない記法ではないでしょうか．ベクトルは数以外のものを文字で表す例としてはより適切ですね．

質問 30： 講議資料付属問題 1-2 について，「積 AB が定義でき，それが正方行列である」という情報だけで行列 B，積 AB の形が決定でき，AB が零行列であることは型を導くのに不要な条件と考えてよいでしょうか．

お答え： はい．講議ではなく講義．

質問 31： 行列 A，B の積は AB で表しますが，演算記号はないのですか？ あるとしたら $A\times B$，$A*B$，$A\cdot B$ いずれかだと思うのですが… **お答え：**数学の文脈ではないようです．Wolfram Mathematica では `A.B` と書きますね．

質問 32： 掛ける順番で出てくる答えが異なるということは，3 つの行列 A, B, C を $B\times C$ をしたあとに $A\times(B\times C)$ としたい場合，表記は「$BCA=$…」というふうになるのでしょうか？

お答え： いえ，$A(BC)$ と書きます．掛ける順番とは実際に計算する順番のことではなく「どちらが左側か」ということです．

質問 33： $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$ や $[1,2]$ は行列というべきかベクトルというべきか，どちらですか． **お答え：**どちらも使えるようにしてください．

質問 34： 同じ型の行列 A, B, C, D において $A+B+C=D$ は成立する場合はあるのか．

お答え： 当然．実際，A, B, C を適当にとって，それらの和を D とおけばよい．

質問 35： 行列の積を定義できる場合，必ず正方行列になりますか？

お答え： 何がですか？ かける行列がですか？ 積の結果ですか？ 具体例ではどうなっていましたか？

質問 36： 線形代数は行列やベクトルの代数学であり，代数学は演算のようなものであるとおっしゃっていましたが，行列は文字であり数ではないので数の操作を表す演算という用語を使うのひゃ少し違うという意味で捉えてよろしいでしょうか．

お答え： 何を捉えるの？ 演算は数にしか使えないの？ 行列は文字なの？ というツッコミどころがあります．演算によって与えられる「構造」を研究するのが代数学ですね．

質問 37： 演算に説明がイマイチ分かりませんでした．演算 = 計算だと思っていましたがこれは間違いでしょうか．

お答え： 計算の規則ですね．「イマイチ」は「今一つ」の略．「イマイチわからない」は「今一つ分からない」という意味ですので，大体わかっていて，少しわからないという意味なので，「イマイチ」で質問される場合は，どこまでわかっているかを明示してください．

質問 38： 高校ではベクトルまでしか学習してなかったので行列との関連がよくわからなかったのですが，今のところは成分表示のようなものと捉えておけば良いのでしょうか.

お答え： この文脈で「成分表示」とは何でしょう.「表示」するのだから，表示される対象があるはず．これがわからないので「のようなもの」というフレーズの意味をとることができません．したがって「捉える」こともできません.

質問 39： 行列をなぜベクトルを主として考えていくんですか.

お答え：「行列をベクトルを主として考える」という文の意味がとれません.

質問 40： 行列どうしの割り算は型がわかっても成分を特定できないので $AB=C$ の A と C の成分がわかっていても B の成分は特定できないのでしょうか.

お答え： ご質問の意味が取れないのですが,「A と C が与えられたときに $AB=C$ となる B を求めること」を割り算と呼んでいますか？ 成分が特定できないとお考えになったのはなぜでしょう.

質問 41： 行列の積はなぜ和・差のように $c_{ij}=a_{ij}\times b_{ij}$ としないのでしょうか（変な質問で申し訳ございません).

お答え： 変ではないです．このような定義が必要であって意味があるのであればその文脈ではご質問のようにしてもよい．ここではある理由（だんだん顕になる）により，講義で扱ったような定義をする．成分ごとの積で行列の積を定義すると，スカラと何も変わらない気がしますね.

質問 42： $m\times n$ 行列 A と $n\times l$ 行列 B の積 AB は $m\times l$ 行列となり，スカラーではないが，行ベクトル ($1\times n$ 行列) $\boldsymbol{a}$ と列ベクトル（$n\times 1$ 行列）$\boldsymbol{b}$ の積 $\boldsymbol{ab}$ がスカラーとなっているのは $\boldsymbol{ab}$ は 1×1 行列であることより $\boldsymbol{ab}=[a]=a$ とみなせるから，であたっているでしょうか.

お答え： はい.

質問 43： 同じ行列同士の掛け算でも，n 次行ベクトルと n 次列ベクトルの積の解が整数で，n 次列ベクトルと n 次行ベクトルの積の解が行列になる点が気になります．そういう定義であると割り切るしかないのでしょうか？

お答え： 一般には「整数」にはなりませんね．定義通りにやればそうなるということ.

質問 44： 行列の積がなぜ複雑なのかという問がなかなか解決できません.

お答え： そうですか（としか言いようがないです).

質問 45： 大学の数学は，予習と復習どちらに重みを置くべきでしょうか.

お答え： 主語でかすぎ.

質問 46： 線形代数が用いられているものは何ですか.

お答え：「何」の範囲が広すぎますが「数理的」とみなされる対象のほとんどに線形代数が現れます.

質問 47： 質問が 2 つある．一つ目は，行と列はどのように定義されているかということである.（2 つ目は行列の積の順序に関する質問なので省略） **お答え：**ご質問の文で内容が理解できるでしょうか．行列における行と列のことでしょうか？

質問 48： pdf のやり方がわかりません．ipad を買わないとどうしようもないですか？ 情報リテラシーでこういうことはどうにかなりますか？

お答え： スマートフォンで ok．たとえば camscanner で検索してみよう．ちなみに「pdf をやる」とはどういういうことでしょうか？

質問 49： 数の集合について，$0\in\mathbb{N}$ とする人もたまにいますが，この授業では $0\in\mathbb{N}$ ですか.

お答え： ということがあって面倒くさいので「自然数」というべきところでは「正の整数」(0 を含まない),「負でない整数」(0 を含む）というようにしています.

質問 50： 授業内の分からないところは授業に聞きに行ってもいいですか？

お答え：「授業に聞きに行く」って何？ ご質問は受け付けますがメイルでアポイントメントをとってください．数学相談室の利用もご検討ください.

質問 51： 講義中に出題された問題の解答は T2SCHOLA で配信されますか？ 別に購入した演習問題集についての質問は受け付けていますか. **お答え：**前半：講義の時間内に説明します．後半：個別に依頼願います．数学相談室の利用もご検討ください.

質問 52： 教科書，あるいは期末テストに対応した参考書，問題集はありますか？

お答え： まず教科書をしっかり読み込んでください．それだけでも十分時間を使うはずだし参考にもなるはず．まず読み込んでそれから考えてみよう.

質問 53： 文字のフォントが大切と分かりましたが，テスト等で $\boldsymbol{b}$ と書くべきものを b と各などしたら原点されますか.

お答え： 文脈によるが，大切だということがわかっているのならば $\boldsymbol{b}$ と b は違うもので，違うものを同じ文字で書くことが正しいことかどうかは判断できますね.

質問 54： なぜ理系の勉強において行列が必要不可欠となるのですか？

お答え： たぶん人類にとって必要不可欠だと思います．多くのパラメータを含む現象を解析するにあたって，それを統一的に表す言語として行列が使われました．理学・工学・経済学・人文社会科学を含む統計学等を利用する分野では，そのような複雑な現象を考える必要があるので行列を知らないと生きていけません.

質問 55： この課題について,「意味の通じる内容が正しい文字で書かれていれば原則 3 点」とのことですが，ここで漢字の書き間違いは原点対象になりますか. **お答え：**はい.

質問 56： 演習はどれくらいの難度ですか？ **お答え：**どういう答えを期待している？

質問 57： 中間試験や期末試験は記述式とマークシート形式のどちらですか.

お答え： マークシートは使いません．記述式と短答式を織り交ぜます.

質問 58： この用紙を採点するためのスクリプトは Python ですか？ それともシェルスクリプト？（まさか Brainf*ck...）

お答え： perl + bash．昔の人なので.

2　行列の演算

- 行列の和・スカラ倍の性質，零行列（テキスト 6, 10 ページ）
- 行列の成分表示（テキスト 5 ページ）
- 行列の積の性質（テキスト 9 ページ）
- 単位行列，基本ベクトル・クロネッカーのデルタ記号（テキスト 10 ページ）
- 非可換性・零因子（テキスト 12 ページ）
- 転置行列，随伴行列（テキスト 13 ページ）

問題

2-1 2 次正方行列 A で

$$A^2 - 3A + 2E = O$$

を満たすものをすべて求めなさい.

2-2 行列 A, B の積が定義できるとき，${}^t(AB) = {}^tB\,{}^tA$.

2022 年 4 月 15 日