

2022 年 4 月 18 日

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

## 線形代数学第一 (LAS.M102-10) 講義資料 3

### ■お知らせ

- 今回は課題があります。前回と同様、水曜日の 10 時までに提出してください。

### 3 正方行列

- 正則行列・逆行列 (テキスト 15 ページ)
- 正方行列の性質 (テキスト 17 ページ)

#### 問題

3-1 実数を成分とする行列  $A$  が  $\text{tr}({}^tAA) = 0$  を満たすならば,  $A$  は零行列である.

3-2 正方行列  $A$  がべき零 (冪零; テキスト 17 ページ) ならば  $E - A$  は正則行列である.

3-3 2次正方行列  $A$  に対して  $\tilde{A} := (\text{tr } A)E - A$  と定めると

$$\tilde{A}A = A\tilde{A} = (\det A)E, \quad \text{ただし} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \text{に対して} \quad \det A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

とくに  $\det A \neq 0$  なら  $A$  は正則で,  $A^{-1} = \frac{1}{\det A}\tilde{A}$ .