2022 年 4 月 22 日

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

線形代数学第一 (LAS.M102-10) 講義資料 4

■お知らせ

- 今回より，金曜日の授業は **10 時 55 分 に開始**します．終了時刻は定刻の 12 時 25 分．密にならぬようおいでください．
- 前回の課題は T2SCHOLA 上では 89 名の方から提出があったことになっております．うち 1 名は提出ファイルが見つかりませんでした．また，他の 1 名の方は，提出ファイルの内容が空白（提出用紙に何も書かれていない）でした．また，もう 1 名，課題でないもの（問題をといた）を提出されています．
- 4 月 18 日の講義録画に音声が収録されていませんでした．申し訳ありません．気をつけます．
- 声が聞こえにくいようです．こちらも注意します．
- 講義中のブレイクは評判がよいようです．続けます．

■前回の補足

- e の名前はないか？ という（無駄話）へのリアクションとして「e はネイピア Napier の数」というお答えが複数ありました．そうなんですが，π のことを「ルドルフ数」というよりは「円周率」といった方が適切，という意味でよい名前はないですかね．
- 黒板 C, 問題 3-2 で $AX = \begin{bmatrix} * & * \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ の第 1 行の意味がわからない，というご指摘を受けました．「適当な数」を意味します．そこでの議論では第 2 行が零であることのみが必要だったので，第 1 行は「何か」という記述をしました．
- 問題 2-1 の条件 $a + d = 3$, $ad - bc = 2$ がどうしてでてきたか分からないというご質問が複数．$A^2 - 3A + 2E = O$ の各成分に関する方程式を連立させて解くだけ．
- 4 月 15 日の授業で $A^2 - 2A + E = (A + E)^2$ と書いたようです．もちろん右辺は $(A - E)^2$ です．
- 行列 $A = [a_{ij}]$ の転置行列を ${}^tA = [\hat{a}_{ij}]$ のように書いてみましたが，この記号は一般的なものではありません．「${}^tA = [\hat{a}_{ij}]$ とおくと」ということです．

■前回までの訂正

- 行列 BA の積が定義されるのは B の行の数と A の列の数が等しい，と述べたそうです．もちろん行と列が逆です．
- “2 次方程式” を “2 欠方程式” と書いていた，というご指摘がありました．
- 黒板 C の最後から 2 ページ目，右下：書き直したので見にくいですが

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

■授業に関する御意見

- 授業中の 5 分休みや授業直後に質問してもいいですか．改めてメールで連絡や数学相談室に行くなどの方が良いですか．
  山田のコメント： 可能ならその場で質問していただくのがよいと思います．捕まえにくいかもしれませんが．授業時間外の場合は事前にアポイントメントが必要です．
- なぜ映写資料 B と C に分けるのでしょうか．　**山田のコメント** 途中に休憩を入れるタイミングがはかれるから．
- 前回の振り返りがあってとても良かったです．　**山田のコメント** こういう課題を出してもらうと「言ったことが伝わっていない」ということが大変によくわかるので，復習は大事．
- これからが楽しみです．　**山田のコメント** あまり期待しないように．
- 授業スピードが早くて授業後家でゆっくりと板書，教科書を見て理解する日々が続いています．どうにか授業中に理解できるようにがんばっていきたいです．　**山田のコメント** 授業時間中に理解できることは求められていない (cf. 大学設置基準 第 21 条).
- 基本的に進むスピードについていくことはできるのですが，証明の時は板書を書き写す時間が少し足りませんでした．自分の書くスピードが遅すぎるのかもしれませんが，証明をした後に 1, 2 分程度スライドをそのままで待っていただくか，証明のみはこれまでのように T2SCHOLA に残していただきたいです．　**山田のコメント** 黒板は公開するつもり．
- 講義が 100 分だと，その日に出てきた考え方を使ってかなり進むので，予習をしないとついていけないと実感しました．
  山田のコメント： まあ，それが原則といえば原則．授業の半分くらいを復習に充てていますのでご活用を．
- 授業の進度は個人的にはちょうど良いです．/ ちょうどいいスピードでした．　**山田のコメント** ちょっと遅い気がします．

- 初めて見た定義が多かったのでしっかり復習して覚えていきます． **山田のコメント** そりゃあ初めてですよね．
- 新しい記号が前回の講義の比にならないくらい登場して，ついていくのが大変でした．復習頑張ります． **山田のコメント** はい．
- 新しい言葉が出てきたときに，もっとその言葉を強調して説明を詳しくしてほしいです．
  山田のコメント： たとえばどの言葉の説明のときにそう感じましたか．
- たまに私が初めて見るような記号があるのですが，先生はそういった所も解説してくれるので授業が非常にわかりやすいです．
  山田のコメント： まあ，それが当たり前．
- 講義で初登場の内容が絡む例題の解説が速いように感じました．
  山田のコメント： なるほど．ところで初登場じゃない内容の例題って講義でやる必要ある？
- 行列がどういうときに必要になるかまだ分からない．
  山田のコメント： いいんじゃない．掛け算九九をならったときにどういうときに必要になるか，なんて考えました？
- 急に難しくなって焦っています． **山田のコメント** これくらいで焦るとは...
- 今週の金曜日は蜜回避（原文ママ：密回避？）のために 10 分遅れて授業をするとのことですが，来週も状況は変わらない十もの（山田注：ちょっと意味がわからない）ですが来週以降も金曜日 10 分遅れて授業をするつもりではありますか．
  山田のコメント： はい
- 授業開始を 10 分おそくするのであれば，終了時刻も 10 分おそくしてほしいです．ただし，授業の進度がおくれないのであれば終了時刻を変える必要はありません． **山田のコメント** 終了時刻は定刻．授業の進度はどうにでもなると思います．
- 3 回目にして突然難しくなって文句を言いたくなったが，力学の方が深刻なのでこんなもんかと自己解しました．
  山田のコメント： 文句の行き先はどこでしょうね．共通シラバスなのであまり進度はいじれない．
- 板書をしているときも自分の解答を後から見たときも，a と α が見分けにくいです．
  山田のコメント： なるほど．
- 行列では $AB = 0 \not\Leftrightarrow A = 0$ または $B = 0$ であるということに驚かされた．先生から反例の提示があったので容易に理解できたが，今まで当たり前だったことが通用しない数学の奥深さの片鱗のを（原文ママ）感じられた気がして興味深かった．
  山田のコメント： まだまだ
- 対角行列 A, B について「$AB = BA$」が成り立つことの証明が分かり辛かったです． **山田のコメント** わかりましょう．
- 先生は昼食として何を食べておられますか． **山田のコメント** 雑食性．
- 山田先生がたまにおっしゃる辛辣なコメントが好きです．私は数学があまり得意ではないのですが，授業は飽きずにいられます．
  山田のコメント： まだぜんぜん辛辣ではないと思います．
- 先生の笑顔がかわいいなと思いました． **山田のコメント** そう？

■質問と回答

質問 1： 正則行列とは $AX = XA = E$ を満たす X が存在する A と定義するが (E は単位行列) このとき同時に X も正則行列であると言えないですか．

お答え： はい，言えます．

質問 2： $AX = XA = E$ を満たす X が存在するとき A を正則というと書きましたが，$AX = XA = E$ を満たす X が存在するときに A を正則行列という，ではないでしょうか．

お答え：「行列 A は正則である」「行列 A は正則行列である」どちらもよく使われるようです．

質問 3： $AX = XA = E$ が成立するのなら A が正則行列なら X が逆行列ということでしたが，これは別に X が正則行列 A がその逆行列としても考えることは可能ですよね．なにか区別する方法があるのなら教えていただけると嬉しいです．

お答え： 何も区別する必要はありません．X の逆行列は A です．したがって $(A^{-1})^{-1} = A$ です．

質問 4： $AX = E \Rightarrow XA = E$ ということはその逆も成り立つのですか？ またそのとき片方が成り立つから A は正則といえるのでしょうか？

お答え： はい．

質問 5： 正則行列と逆行列の違いを教えてください．

お答え： 定義が違う．

質問 6： A が正則というとき X に対する名称はありますか．

お答え： X が何か分かりませんが $AX = XA = E$ となる X のことでしょうか．それなら A の逆行列ですが，そういうことを聞いているのでしょうか？

質問 7： ある行列が正則か正則でないかを見分ける方法がわからない．

質問 8： 今回正則行列が登場しましたが，正則であることはどうやったら分かりますか．2 次の場合は公式があるとのことなので，解の有無で判別できると思うのですが，より高次の場合については分かりません．

お答え： わからないのではなく知らないだけ．第 2 章，3 章で扱います．

質問 9： 正則行列か非正則行列かを判定する方法はどんなものがありますか？

お答え： 先走ると，階数が次数と一致する；行列式が零でない．

質問 10： $k \times m$ 型の行列 A が正則か非正則かを判断する方法は存在するのでしょうか．

お答え： $k \times m$ 型行列が正則である，ということをどうやって定義するのでしょうか．

質問 11： 正則行列や逆行列はどのようなところで役立つのでしょうか．

お答え： 連立方程式の会の存在，座標変換の可逆性，線形変換の逆変換，行列の割り算．

質問 12： $A=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}5&6\\7&8\end{bmatrix}$ として $AB=C$ が成り立つとする．$B=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$ とおいて連立方程式を解く方法以外に B を求める方法はありますか．

お答え： $B=A^{-1}C$.

質問 13： 行列 A に A^{-1} が存在するのに行列同士の商（$\frac{B}{A}$）が定義されないのはなぜですか．また，仮に行列同士の商を定義することによりメリットが生じる可能性はありますか．

お答え： $A^{-1}B$ と BA^{-1} は一般に一致しないので $\frac{B}{A}$ という記号の意味が確定しない．

質問 14： $\det A$ とは，行列 A が正方行列の時しか定義されないということですか？ 行列 A が正方行列で，かつ $\det A\neq 0$ であれば必ず行列 A は逆行列を持つと言うことですか？ また，逆行列をもつための $\det A\neq 0$ 以外の条件はありますか？

お答え： 一番目：「○とは△」という文は，○の意味を△で説明するものではありませんか？ そうであれば○と△は「同じ」ものでなければなりません．そうなっていませんね．二番目：「$\det A\neq 0$ なら A は正則」は正しいです．「と言うこと」はなにか他の言明があってその言い換えという意味だと思いますが，何がそういうことになっているのでしょう．三番目：階数が次数と一致．

質問 15： 長方形の行列の場合では，対角成分やトレースは定義されませんか．

お答え： 一般にはされません．「長方形」は正方形も含むので「正方行列でない行列」が適切です．

質問 16： n $(\geqq 3)$ 次以上の正方行列の逆行列も機械的に計算できますか．

お答え： 第 2 章，第 3 章でやる．

質問 17： 逆行列について 2×2 行列 A に関して $AX=XA=E$ が成り立つ X を見つけ，X の一意性から天下り的に A^{-1} が求まると仰っていましたが，逆行列を求める問題を特に黒板 C での具体例のように記述してよいのですか．

お答え： はい，「$X=\dots$ とおくと $AX=XA=E$ なので X は A の逆行列」という記述は正しいです．

質問 18： $AX=XA=E$ を満たす X が存在するときの A を正則行列といい，この正則行列 A が一意であるときに X は A の逆行列となる理解であってますか．また，A が一意でないというのは条件を満たす A が複数個存在するということでしょうか．

お答え：「理解」してませんね．A が与えられた行列なので「A が一意」は意味を持ちません．$AX=XA=E$ が成り立つような X が存在するならそのような X は一意．（いつでも一意なので「一意のとき」という条件ではなく事実）その X を A の逆行列という．

質問 19： べき零 $\Rightarrow$ 非正則であることの証明で $A^kX=0$ となる最小の k をとると書いてあるが，最初うでなくても証明に問題はないのではないか．

お答え： $AX=E$ の両辺に A^{k-1} を左からかけるとき，右辺が零行列になってしまっては矛盾がおきない．

質問 20： 正方行列がべき零であるか，そうでないかを判定する一般的な方法はありますか．

お答え： 先走ると「すべての固有値が 0」

質問 21： $AB=O$ となるとき A, B は零因子と書いてありました．ここで A は B の記述がなくても零因子と呼べるのでしょうか．それとも A, B がまとめてあるとき，それらを零因子と呼ぶのでしょうか．

お答え： A, B の組です．

質問 22： ある行列にある行列をかけるとき「左側から」もしくは「右側から」と記述しなければならないのは理解できたのですが，このときどちらから掛けても結果が等しいことが自明であるときも記述は必要なのでしょうか？

お答え： どのような状況を想定しています？「自明」というからにはほとんど対角行列のようなものしか考えていないのでしょうか．「対角行列同士は可換だから」と一言記述しておけばよさそうですね．

質問 23： 行列の問題でデルタの記号が出てきたら，特に説明がなくてもクロネッカーのデルタだと判断していいですか？

お答え： 文脈によると思います．その文脈で最初に出てきたときに説明すべきだと思います．

質問 24： 対角行列が可換であることの証明について．僕にとってはクロネッカーの δ の性質がよく分からず，証明された気がしないのですが，数学会ではクロネッカーの δ の性質は常識なのですか．

お答え： 人類にとって常識では？ まず，δ の性質の前に「定義は知っていますね！」定義さえ知っていれば大丈夫な気がします．（よく，記号の定義を知らないくせに性質を知りたがるわがままな人がいるのでとりあえず注意しておきます）

質問 25： 交換可能である行列の積は講義で教わったパターン以外のやつもありますか？ あるとしたらそれらが交換可能であることをどうやって見極めればよいですか？

お答え： 講義では 2 パターンくらい出てきましたね．把握していますか？ 可換性は「掛けてみればわかる」

質問 26： 行列の成分を読む順番に規則はないのですか？ 私の記憶が正しければ，先生は 1 列目，2 列目の順でよんだり 1 行目，2 行目の順で読んだりしていました．

お答え： あまり気にしていません．たとえば電話で伝えるときは（横によむと宣言してから）横に読みます．

質問 27： 問題 2-1 のように特に断りがない場合は $\mathbb{R}$ 上の行列を考えているのか，$\mathbb{C}$ 上の行列を考えているのか，それとも任意の体 $\mathbb{K}$ 上の行列を考えているのか，どれなのですか？

お答え： この科目では基本的に $\mathbb{R}$ 上，または $\mathbb{C}$ 上で考えます．$\mathbb{R}$ と $\mathbb{C}$ の違いが重要である場合は明記します．問題 3-1 参照．

質問 28： 問題 2-1 の「自由度が 2」という話でなぜ $a+d$ と $ad-bc$ が出てきたのかもう一度教えていただきたいです．

お答え： 4 つの数 a, b, c, d が求めたいもの．そのうち，2 つの値を決めるとのこりが決まってしまう．なぜなら $a+d=3$, $ad-bc=2$ だから．

質問 29： 4 月 18 日映写資料 B の問題 2-1 は A の成分を 4 つの文字でおいて，A^2-3A, $2E$ それぞれを計算し和をとり，右辺と成分を比較して 4 つの式をたてて解いたところ問題の条件を満たす A は 4 つ出てきました．この 4 つですべてでしょうか．またこの解法で大丈夫でしょうか．

お答え： 無限個あるって言いませんでしたっけ．$A^2-3A+2E$ と O を比較する，という解法，という意味では正しいが，答えが間

違っているのでその間で間違えているはずですね.

質問 30： 今のところ転換という変換の何がうれしいかを理解できていないので，これから実感していくのが楽しみです.

お答え：「転換」ではなく「転置」ですね.

質問 31： 転置は何のために定義されたのですか.

お答え：「縦のものを横にするため」. 内積を例に挙げたと思いますが，それはお気に召しませんか？

質問 32： ベクトルの内積は行列で表すと $[a_1, a_2]\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ となりますか.

お答え： はい. そういう話をしましたよね. 列ベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ の内積は ${}^t\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}$

質問 33： 標準内積とありますが，標準以外の内積はどのようなものがあるのでしょうか？

お答え：「内積」という言葉の意味が高等学校の教科書の内容と違ってきます. テキスト 6 章（線形代数学第二）.

質問 34： 複素共役行列について習いましたが，複素数を含む行列を扱うことは多いですか？

お答え： 多いです（当社では）. テキスト 20 ページの問題 2 にあるような行列には Pauli の spin 行列という名前がついているわけで，それなりに由緒正しい使い方がありそうですね！

質問 35： 正方行列において，trace のように対角成分に着目するのはなぜですか.

お答え： 対角化（線形代数学第二）あたりで少しあきらかになるはず.

質問 36： 対角行列が重要なポイントだと聞いた事があるのですが，それはなぜですか.

お答え： 文脈による. この分では判断できない.

質問 37： トレースを考える理由がよくわかりません. 行列の中身をわざわざスカラーとして取り出すという発送が謎です. 具体的にどのような問題を考えるときにトレースが役に立つのでしょうか.

お答え： こういう質問って意味があるのかな，と考えますが，すぐに役立つと実感できる必要は別にないですよね. 先走りますが (1) 行列式の微分公式で出てくる. これにより特殊線形群のリー代数はトレースが零である行列がなす線形空間であることがわかる（という言葉をここで理解する必要はありません）(2) 行列の固有値の和がトレースと一致する（線形代数学第二）. これは行列の共役類の 1 次の不変量（という言葉もここでは上げただけ）. (3) ある種の内積と関係する. 名称については調べたことはないです. 何の痕跡なんでしょうね.

質問 38： 零因子を求めるときは，行列式を求めるときの余因子展開のような汎用性の高めな方法はあるのでしょうか. 行列の各成分を文字でおいて，連立方程式を頑張って解くしかないのでしょうか.

お答え：（実質的にはそういう計算になりますが）少し先走ると，線形写像 $\boldsymbol{x} \mapsto A\boldsymbol{x}$ の kernel の要素を並べればよい.

質問 39： 教科書や演習の時間などで扱う証明問題の解き方は基本的には高校の数学と同じ解き方をすればよいのですか？

お答え：「解き方」は証明を見つける見つけ方のこと？（言葉の意味から言えばそうですよね）それとも証明の「書き方」のこと？ いずれにせよ「高校の数学と同じ解き方」があまりにも漠然としすぎているのでそこを明確にしていただけないとお答えできません.

質問 40： 授業において $R(x)$ (回転行列) や det のような教科書上は少し後のページに出てくる内容を取り上げていらっしゃることがありますが，そういった内容は知っているという前提でお話されているのでしょうか.

お答え： いいえ. なので初見でも意味が通じるように説明しています.

質問 41： 行列の積は順序によって答えが異なることがあるので，四則演算と同じようにはできないという理解でよいのでしょうか.

お答え：「四則演算とは同じようにできない」これは「理解」ではなく事実.

質問 42： m 次の対角行列 A, B の積について $AB = BA$ が成り立つことを授業中に示したいたと思うのですが，（$A = [\alpha_{ij}]$, $B = [\beta_{ij}]$, $\alpha_{ij} = a_i\delta_{ij}$, $\beta_{ij} = b_i\delta_{ij}$, $AB = [\gamma_{pq}]$ としていました）

$$\gamma_{pq} = \sum_{k=1}^{m} \alpha_{pk}\beta_{kq} = \sum_{k=1}^{m} a_p b_k \delta_{pk}\delta_{kq} = a_p b_p \delta_{pq}$$

として間違いないですか.

お答え： はい，大丈夫です.

質問 43： 対角行列どうしの積の証明に使われている p と q は変数という理解で正しいですか.

お答え：「変数という理解で正しいですか」は「変数ですか」というのが適切だと思います. なぜ「理解」という語をはさんだのでしょう.

質問 44： 対角行列のところで教授が黒板に書いた「$\alpha_{ij} = \boldsymbol{a}_i\delta_{ij}$, $\beta_{ij} = \boldsymbol{b}_i\delta_{ij}$ の部分が分かりません. この式だと（スカラー）=（列ベクトル)(スカラー) になってしまいませんか.

お答え： 右辺は太字ではない.

質問 45： ABC の時（原文ママ：文が変ですね）普通は可換ではありませんが，ABC におうちの A, C が可換であるとき CBA としても良いですか？

お答え： 何を CBA としてよいのですか？ 意味が取れません. 次のように言い換えてよい？「行列 A と C 可換であるとき $ABC = CBA$ は成り立ちますか？」

質問 46： $\because$（注：まるで囲む）の〇はあった方がいいですか. ；の意味はなんですか.

お答え： 前半：どちらでもよい. 後半：英文と同様の区切り.

質問 47： 行列の型の書き方は (m, n) 型 $m \times n$, mn 型のどれでも大丈夫ですか？

お答え： 最後のものは m, n が具体的な数字の場合に困りませんか？ $(2, 3)$ 型，23 型？

質問 48： 問題 2-2 の板書の「$A = [a_{ij}]$, $B = [b_{ij}]$, $C = [c_{ij}]$」について A, B, C の行列の型は異なるために i, j の値の範囲も行列によって異なります. この場合，行列 B, C では i や j 以外の文字を用いるか i, j の範囲を行列ごとに指定したほうがよいですか. また $m \times k$ 行列 A のように書けば $A = [a_{ij}]$ については $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, k$ というのは改めて書く必要はない

のでしょうか.

お答え： ここの i, j はいわばダミーの変数なので，とくにこだわらなくてもよいですが文字の種類を変えると間違いが減りそうですね．後半は「誤解がなければ ok」です.

質問 49： 教科書 p14 の定理 1.1 の転置行列 (3) の関係の証明の中で $({}^tA)_{kj} = a_{jk}$ となってい（ここで切れている)．これは $({}^tA)_{kj} = A_{jk}$ と表してはいけないのでしょうか.

お答え： テキストの書き方だとご質問の後者の方がよさそうですね．暗黙のうちに $A = [a_{ij}]$ を課程しているようです.

質問 50： 15 日の黒板 B のおまけ 2 で,「倍角公式や半角公式を使いそう」とおっしゃっていましたが，加法定理だけで示せました．倍角公式などを使う方法もあるのでしょうか？

お答え： 倍角公式は加法定理の特別の場合だから，区別は必要ないかもしれませんね.

質問 51： 転置の表記について ${}^tA$ と A^T がありますが，大文字にすると右上になるのですか？

お答え： なんとも言えませんが，このように書く人が多いようです.

質問 52： 転置の英訳は「transposition」や「tenchi」とするよりも「transpose」とする方が多いようです.

お答え： 明確に名詞にしたかったので，動詞の意味もある transpose ではなく transposition を用いました．転置するという「動作」を表していますね.

質問 53： 問題 3-3 の問題文で $:=$ を $=$ に変えると文章は成立しますか．また成立する場合，$:=$ を使ったときと $=$ を使ったときでどのように意味合いが異なりますか.

お答え： “:=” の意味はいいですね．$=$ と書いても通じると思いますが，ここではとくに強調のために $:=$ を用いています.

質問 54： 授業内で「:=」という記号が出てきましたが,「=:」という記号はありますか？

お答え： 原理的にはあり．右辺を左辺によって定義するという意味になるだろうが，座りが悪いのであまり使いません.

質問 55： $\overline{A}$, $\hat{A}$ の読み方を教えてください.

お答え： “A bar”, “A hat”.

質問 56： 行列の計算は慣れれば簡単になるのでしょうか.

お答え： あなたがどういう人かわからないので答えられない.

質問 57： 対称行列，エルミート行列，交代行列，ユニタリ行列，直交行列を覚えるためのうまい語呂合わせはありますか？

お答え： 知らない．この言葉は「こういうものがある」という程度に頭にのこしておけばよい．線形代数学第二で行列や二次形式の対角化を学ぶ際にいやというほど出てくるので自然に覚える.

質問 58： 毎回出されるものと同じくらいのレベルの問題，類題とかが期末試験に出る感じでしょうか.

お答え： どうでしょう．中間試験で手の内を明かします.

質問 59： テストで，漢字の略字の使用は減点対象ですか？ また「冪零」を「べき零」と書くことでの減点はありますか.

お答え： 試験は時間が限られているので誤字・略字の減点はしないつもりです．採点者が誤読しないように書いてくださいね.

質問 60： 問題 2-1 の答えは授業内での解答のように a, b, c, d などの未知数は用いてもよいのですか．テストでも解答する際に未知数を自分で用意して，それらの条件式などをかけば良いということですか.

お答え： この問題について，それ以外にどういう方法があるでしょうか.

質問 61： 教科書 p14 の定理 1.1 (3) ${}^t(AB) = ({}^tB)({}^tA)$ の証明が分かりません.

お答え： そうですか，としか言いようがない．黒板 B の最終ページ.

質問 62： 今日の問題 3-1 ～ 3-3 の説明を聞いても理解が間に合わず途中で挫折してしまいました．行列を学ぶ新大学 1 年生として 3-1 ～ 3-3 の問題は授業をしっかりっ来ていればとけて当然なのでしょうか．私の授業に対する理解力が低いのかと不安になりこのような質問をさせていただきました.

お答え： いいえ．いままでやってきたように，問題を提示して，それに関する解説を次に行います．考えて来てもらった上で講義を聞いていただくとよいです.

質問 63： 金曜の分の課題はないと思うんですが，金曜のときになにか質問があるときには月曜日に出される課題のときにまとめて金曜日の分の質問をすればよいでしょうか？

お答え： はい.

質問 64： 東工大の授業はなぜ 100 分なのですか？ 長いです.

お答え： (1) 1980 年代ころまで，国立大学の大半では 1 コマが 100 分でした．(2) 土曜日が休日となったので，月曜日から金曜日に授業をまとめるため，1 コマを 90 分にしたのが 1990 年代はじめ．(3)「大学生は勉強していない」という都市伝説のため授業の回数，時間数を厳密に (15 回) するような指示が出された．(4) その結果，休業期間が短くなり，学生も教員も疲弊した．(5) 授業時間を長くすることにより，休業期間を確保するよう時制を変更した．という経緯です．まあ，馬鹿にしてください.

4 正方行列・連立一次方程式

- 逆行列の性質（テキスト 15 ページ）
- 連立一次方程式（テキスト 30 ページ）
- 掃き出し法；行基本変形（テキスト 30–31 ページ）

問題

4-1 次の連立一次方程式をときなさい：

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & + & 2x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & + & 4x_4 & = & 3 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 & = & -2 \\ 4x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \end{array}\right.$$

4-2 次の連立一次方程式をときなさい：

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & (a+4)x_3 & = & 2 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & ax_2 & - & 2x_3 & = & 2a+2 \end{array}\right.$$

2022 年 4 月 22 日