

線形代数学第一 (LAS.M102-10)

同次連立一次方程式・一次独立性

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`http:`

`//www.math.titech.ac.jp/~kotaro/class/2022/linear-1/`

東京工業大学

2022/05/06

質問から

- Q: 基本行列 2/3 の黒板での $P_{ij}(s)B$ の説明が黒板を見てもよくわかりませんでした. 説明が間違っているような気がします.
- A: $P_{ij}(s)$ は, 対角成分が 1, (i, j) -成分 ($i \neq j$) が s , それ以外の成分が 0 の n 次正方行列.
 $n \times m$ -型行列 B に対して, 積 $P_{ij}(s)B$ は B の第 i 行に第 j 行の s 倍を加えてできる行列.

質問から

Q: 授業中に行基本変形は同値変形だとおっしゃっていましたが、それは同値記号でつなげていいということですか？

A: 正確には「対応する連立一次方程式の同値変形」ですね。

連立一次方程式としては同値なので、連立一次方程式の形では同値記号でつなげていけますが、ここでは「行列の同値性」を定義してませんので、行列同士を同値記号でつなぐのはおかしいと思います。

質問から

Q: 黒板 B スライド 5 枚目で、変数の置き方は無限にあるとおっしゃいましたが x が 1 から 5, 階数 2 のときは多くても ${}_5C_3 = 10$ 通りではないかと考えました. 他に何かあるのでしょうか.

A: たとえばその例であれば

$$x_1 = t_1, \quad x_2 = -2t_3 + t_5 + b_1, \quad x_3 = t_3, \quad x_4 = 2t_5 + b_2,$$

と 3 つのパラメータ (t_1, t_3, t_5) ですべての解を表すことができます. このようなすべての解を表すパラメータのとり方は無限通り, というのがここで述べた意味.

一次独立（線形独立）・一次従属

テキスト 53 ページ.

同次連立一次方程式の基本解

テキスト 55 ページ, 例 2.13