

June 06, 2023  
Kotaro Yamada  
kotaro@math.titech.ac.jp

## Info. Sheet 7; Advanced Topics in Geometry E1 (MTH.B505)

### Informations

- Today is the final lecture of MTH.B505. Thank you for attending.
- Please fill the form “Course Survey” in T2SCHOLA.
- Feedback and the final records are found in T2SCHOLA.

### Corrections

- Info Sheet 6, Informations: Survey  $\Rightarrow$  [Survey](#)
- Lecture Note, page 20, Lemma 6.6, Line 1: *geodesic*  $\Rightarrow$  *pregeodesic*
- Lecture Note, page 21, Fact 6.8, Line 1: there exists unique  $\Rightarrow$  there exists **a** unique
- Lecture Note, page 21, Remark 6.9, Line 2: differential equation  $\Rightarrow$  differential [equations](#)
- Lecture Note, page 21, Proof of Proposition 6.10, Line 1:  $\nabla_{\dot{\gamma}_{p,v}} \gamma_{p,v} \Rightarrow \nabla_{\dot{\gamma}_{p,v}} \dot{\gamma}_{p,v}$
- Lecture Note, page 22, Problem 6-2, Lines 4 and 9:  $S_1^3 \Rightarrow S_1^2$

### Students' comments

- 5-1 で  $\nabla_X Y = [D_X Y]^T$  を使ってここまでかんたんに計算できるのは良いなと思った。  
**Lecturer's comment** 部分多様体と思うと計算がしやすいことはしばしばありますね。
- スライドのペンを可能であれば少し細くしていただきたいです。  $u, v, 0$  あたりの文字がつぶれて同じに見えることがあります。  
**Lecturer's comment** 了解。

### Q and A

**Q 1:**  $\cosh$  と  $\cos$ ,  $\sinh$  と  $\sin$  が何故こうして対応しているのかわかりません。式の上では  $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ,  $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$  というのはわかるのですが、それと  $S^2$  と  $H^2(-1)$  の対応をうみだす理由がわかりません。  
Relationship between hyperbolic functions and trigonometric functions.

**A:** There are several sources of such a correspondence. For example,

$$\varphi(k, x) := \begin{cases} \frac{\sin kx}{k} & (k > 0) \\ x & (k = 0) \\ \frac{\sinh kx}{k} & (k < 0) \end{cases}$$

is analytic in  $k$ .

**Q 2:** 準測地線を定義していない本も多くありますが、準測地線を使えるメリットは講義で紹介された以外にどのようなものがありますか？（証明がかんたんになるなど）  
Advantage of notion of pregeodesics.

**A:** In my opinion, natural concept in geometrical viewpoint is “pregeodesic”. Besides, geodesics, as pregeodesics of specific parameter, are widely used because it can be expressed as solutions of the ordinary differential equation.