

位相空間論第一（講義）(MTH.B201)

集合

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-1>

東京工業大学理学院数学系

2024/04/09 (2024/04/16 訂正)

集合の記述

$$X = \{x; p(x)\}$$

例：区間

$$(a, b) = \{x; x \in \mathbb{R} \text{ and } a < x < b\} = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$$

$$(a, \infty) = \{x; x \in \mathbb{R} \text{ and } a < x\}$$

$$[a, b] =$$

$$(a, b] =$$

⋮

部分集合

定義

$$\blacktriangleright A \subset B \stackrel{\text{def}}{\iff} "x \in A \Rightarrow x \in B"$$

$$\blacktriangleright A = B \stackrel{\text{def}}{\iff} "A \subset B \text{ and } B \subset A"$$

空集合 \emptyset (\emptyset)

命題

任意の集合 A に対して $\emptyset \subset A$.

冪集合

$\mathcal{P}(X)(= 2^X) := \{X \text{ の部分集合}\}$

補題

X が n 個の要素からなるとき $\mathcal{P}(X)$ は 2^n 個の要素からなる.

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}, \quad \mathbb{Z} \in 2^{\mathbb{R}}$$

集合の演算

定義

▶ $A \cap B := \{x; x \in A \text{ and } x \in B\}$

▶ $A \cup B := \{x; x \in A \text{ or } x \in B\}$

▶ $A \setminus B := \{x; x \in A \text{ and } x \notin B\}$

集合の演算

定義

▶ $A \cap B := \{x; x \in A \text{ and } x \in B\}$

▶ $A \cup B := \{x; x \in A \text{ or } x \in B\}$

▶ $A \setminus B := \{x; x \in A \text{ and } x \notin B\}$

集合の演算

補題 (補題 1.8)

$B \subset C$ のとき

$$A \cap B \subset A \cap C, \quad A \cup B \subset A \cup C.$$

集合の演算

命題 (命題 1.9)

▶ $B = A \cap B \iff B \subset A$

▶ $A \cup B = B \iff A \subset B$

集合の演算

命題

▶ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$

▶ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$

集合の演算

命題

集合 A, B, C に対して次が成り立つ：

- ▶ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$
- ▶ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$

集合の演算

命題 (命題 1.10)

$$A \cup \left(\bigcap_{i=1}^n B_i \right) = \bigcap_{i=1}^n (A \cup B_i), \quad A \cap \left(\bigcup_{i=1}^n B_i \right) = \bigcup_{i=1}^n (A \cap B_i).$$