位相空間論第一（講義）(MTH.B201)

ド・モルガンの法則

山田光太郎
kotaro@math.titech.ac.jp
http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-1

東京工業大学理学院数学系

2024/04/16

Q and A

要素2こ

Q: 授業内で $\{a, a, b, b, b\}$ のように集合の要素として同じ要素を複数書いてもいいということがありましたが，この表記方法を許可することによる利点を教えて欲しいです．利点がなければこの表記方法を禁止しても特に不都合なことはなく，むしろはっきり見やすくなると考えられるので何かしらの利点があると考えています．

排除しない方がよい

Q and A

例

(Lie群の記号)

$t \in [0, 2\pi)$ としてもよい.

めんどくさい

"外延的"

$$\mathrm{SO}(2) = \left\{ \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix} \;\middle|\; t \in \mathbb{R} \right\}$$

${}^t\!AA = I$

$= \{A\,;\, A$ は実数を成分とする 2 次直交行列で, $\det A = 1\}$

内包的

$$\rho : \mathbb{R} \ni t \longmapsto \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix} \in \mathrm{SO}(2)$$

例

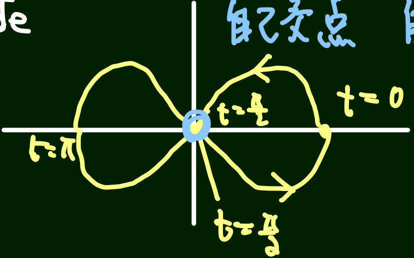
$\mathbb{R}^2$

$t \in [0, 2\pi)$ $t \neq \frac{3}{2}\pi$

こうしてもまだ元の重複がある

$$L = \left\{ \left(\frac{\cos t}{1+\sin^2 t}, \frac{\sin t \cos t}{1+\sin^2 t} \right) ; \underline{\underline{t \in \mathbb{R}}} \right\}$$
$$= \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; (x^2+y^2)^2 - (x^2-y^2) = 0 \}.$$

Lemniscate



自己交点　自己交叉

一般に求めるのはすごくむずかしい

Q and A

\setminus

Q: 講義では差集合を $A \setminus B$ のように表していたが，自分の部屋にある集合と位相の本では差集合を $A - B$ のように表していた．この書き方の違いは好みの問題として片づけていいのか気になった．

A: 数学の記号，用語は人や文脈により異なることがしばしばあります．この講義ではなるべくテキストの記号に従います．いずれにせよ文脈ごとに記号や用語の意味を確認しておく習慣をつけておくとよいでしょう．

log　$\sin^{-1}$　arcsin　tan　tg

Q and A

Q: 自然数全体の集合 $\mathbb{N}$ について，0 を元に含めることで生じるメリットはなにかありますか.

A: たとえば数列の index を $\{a_0, a_1, a_2, \ldots\}$ と書くことにはメリットがあるのでは？

$$(x^0 = 1)$$

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$$

$$a_0 = f(0)$$

$$= \sum_{k \in \mathbb{N}} a_k x^k$$

Q and A

ただの記号（わるのり）

Q: 巾集合の表記で 2^X と表していたが，無限集合のときは，元の個数に関しては数えられないと思うけれど，そのような表記でいいのか．

$$2^{\{0,1\}}$$

Q and A

Q: $\varnothing$ と $\{\varnothing\}$ の違いがイメージしずらい．

Q: $\varnothing$ と $\{\varnothing\}$ の違いがイマイチしっくりこない．$\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\}$ を考えた際に思ったことである．$\{\varnothing\}$ は「空集合を要素にもつ集合」という意味になるが，これはつまり $\varnothing$ と同じになってしまうのではないかと思ってします．

Q and A

Q: 演習の方で $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\varnothing))$ を外延的記法によって記す必要のある出題があった. これは $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$ となるが, その中の $\{\varnothing\}$ はいわば「空集合の集合」となる訳だが，意味するところは一体何なのか．感覚的に考えれば，元が何もない集合の部分集合はどう考えても元のない集合，すなわち空集合に限られるように思えるから，これも結局空集合と同じなのか.

・ $x \in \varnothing$ がつねに偽