

位相空間論第一（講義）(MTH.B201)

ド・モルガンの法則

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

`http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-1`

東京工業大学理学院数学系

2024/04/16

and, or, not

真 True T
偽 False F

P, Q : 命題

P	Q	not P $\neg P$	P and Q $P \wedge Q$	P or Q $P \vee Q$	P implies Q $P \Rightarrow Q$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	T

論理などでは
お利おれ
∴ 等.

$(\text{not } P) \text{ or } Q$

$P(x)$: x に '代入あり' と T または F の値を与える
条件. $\left(P: \text{集合} \xrightarrow{x \mapsto P(x)} \{T, F\} \right)$

命題論理におけるド・モルガンの法則

定理

$$(\neg\neg P = P)$$

$$\neg(P \wedge Q) = (\neg P) \vee (\neg Q), \quad \neg(P \vee Q) = (\neg P) \wedge (\neg Q)$$

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \vee \neg Q$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	F	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	F	T	T	T

対偶

counterpart

original

$(\neg Q) \Rightarrow (\neg P)$ を $H \Rightarrow Q$ の対偶という。

原 $P \Rightarrow Q$

逆 $Q \Rightarrow P$

表 $\neg P \Rightarrow \neg Q$

対偶 $\neg Q \Rightarrow \neg P$

$P \Rightarrow Q$

$(\text{not } P) \text{ or } Q$

同値

$(\text{not } P) \text{ or } (\text{not not } Q)$

$(\text{not } (\text{not } Q)) \text{ or } (\text{not } P)$

$\text{not } Q \Rightarrow \text{not } P$ 対偶

普遍集合と補集合

集合 X の部分集合のみを考える, という文脈のもと, X を普遍集合という. universal set 文脈依存.

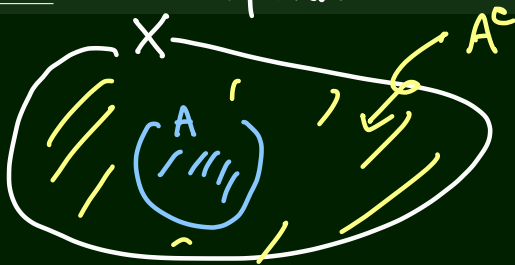
定義

普遍集合 X の部分集合 A に対して

$$A^c = \{x \in X; x \notin A\}$$

を A の補集合という. complement

高校の教科書 \bar{A}
うたが \bar{A} : 別のいみ
(A の閉じ)



$$A^c = X \setminus A$$

集合と条件

普遍集合 X の部分集合 A, B に対して

$$A^c = \{x \in X; \neg(x \in A)\},$$

$$A \cap B = \{x \in X; (x \in A) \wedge (x \in B)\},$$

$$A \cup B = \{x \in X; (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

~~積~~
和

$A \times B$
積

$$(A \cap B)^c = \{x \in X; \neg(x \in A \cap B)\}$$

$$= \{x \in X; \neg((x \in A) \wedge (x \in B))\}$$

de Morgan

$$= \{x \in X; (\neg(x \in A)) \vee (\neg(x \in B))\}$$

$$= \{x \in X; (x \in A^c) \vee (x \in B^c)\}$$

$$= A^c \cup B^c$$

ド・モルガンの法則

命題 (命題 2.3; ド・モルガンの法則)

普遍集合 X の部分集合 A, B に対して

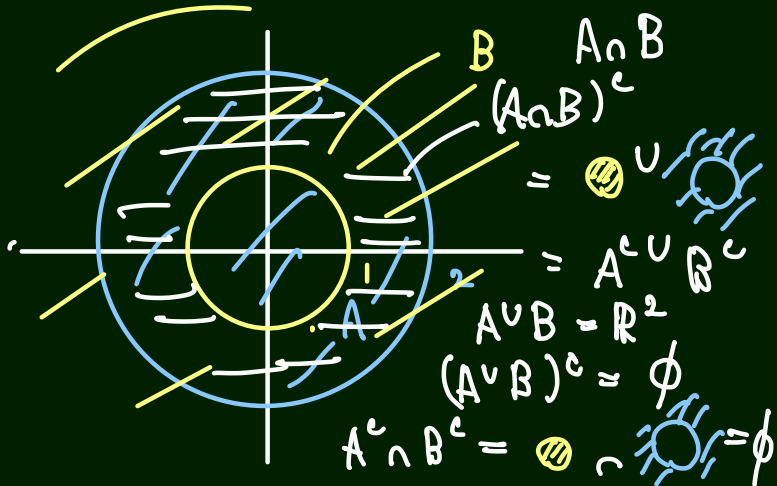
$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c, \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

例

$$X = \mathbb{R}^2$$

$$A = \{x \in \mathbb{R}^2; |x| \leq 2\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R}^2; |x| \geq 1\}.$$



本日の課題の提出締切は

2024年04月18日（木曜日）07:00 JST