

# 位相空間論第一（講義）(MTH.B201)

ド・モルガンの法則

山田光太郎

`kotaro@math.titech.ac.jp`

<http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-1>

東京工業大学理学院数学系

2024/04/16

## and, or, not

$P, Q$ : 命題

$P$	$Q$	not $P$ $\neg P$	$P$ and $Q$ $P \wedge Q$	$P$ or $Q$ $P \vee Q$	$P$ implies $Q$ $P \Rightarrow Q$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	T

# 命題論理におけるド・モルガンの法則

## 定理

$$\neg(P \wedge Q) = (\neg P) \vee (\neg Q), \quad \neg(P \vee Q) = (\neg P) \wedge (\neg Q)$$

# 対偶

$(\neg Q) \Rightarrow (\neg P)$  を  $P \Rightarrow Q$  の対偶という.

## 普遍集合と補集合

集合  $X$  の部分集合のみを考える, という文脈のもと,  $X$  を 普遍集合 という.

### 定義

普遍集合  $X$  の部分集合  $A$  に対して

$$A^c = \{x \in X; x \notin A\}$$

を  $A$  の 補集合 という.

# 集合と条件

普遍集合  $X$  の部分集合  $A, B$  に対して

$$A^c = \{x \in X; \neg(x \in A)\},$$

$$A \cap B = \{x \in X; (x \in A) \wedge (x \in B)\},$$

$$A \cup B = \{x \in X; (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

## ド・モルガンの法則

命題 (命題 2.3; ド・モルガンの法則)

普遍集合  $X$  の部分集合  $A, B$  に対して

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c, \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

# 例

$$X = \mathbb{R}^2$$

$$A = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2; |\mathbf{x}| \leq 2\}, \quad B = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2; |\mathbf{x}| \geq 1\}.$$