位相空間論第一（講義）(MTH.B201)

集合族

山田光太郎

kotaro@math.titech.ac.jp

http://www.official.kotaroy.com/class/2024/top-1

東京工業大学理学院数学系

2024/05/07

Q and A

Q: 有限集合を $\{1, 2, \ldots, n\}$ への全単射の存在で説明していましたが，これは単射だけでも十分なように感じました．全射の条件を加えることによる何かメリットがあるのでしょうか．

Q: 黒板 C の 4 ページでは集合 X を直線に対応させて図示されていますが，$\mathbb{R}$ への全単射が存在しない集合を直線で表したり，$\mathbb{R}^2$ への全単射が存在しない集合をベン図で表すことで不都合が生じることは無いのでしょうか．

Q and A

Q: 同値関係が，群の公理系と整合性があるというようなことをおっしゃっていましたが，どういうことでしょうか．自分で考えてみましたが，よくわかりませんでした．

添字付け

有限数列

- $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$
- $(a_j)_{j=1}^5$
- $(a_j)_{j \in S}, \qquad S := \{m \in \mathbb{N} \,;\, 1 \leqq m \leqq 5\}$

無限数列

- $(a_1, a_2, a_3, \dots)$
- $(a_j)_{j=1}^\infty$
- $(a_j)_{j \in \mathbb{N}}$
- $a \colon \mathbb{N} \ni j \longmapsto a_j \in \dots$

しばしば $\{a_j\}_{j \in \mathbb{N}}$ と書く.

添字付けと関数

関数

- $f\colon \mathbb{R} \ni x \longmapsto f(x) \in \mathbb{R}$
- $\bigl(f(x)\bigr)_{x\in\mathbb{R}}$

写像

- $f\colon \Lambda \ni \lambda \longmapsto x_\lambda \in X$
- $\bigl(x_\lambda\bigr)_{\lambda\in\Lambda}$

集合の添字付け

X: 普遍集合
Λ: 集合

- $(A_\lambda)_{\lambda\in\Lambda}$; 各 λ に対して $A_\lambda \subset X$.

$$\bigcup_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda := \{x \in X\,;\ \text{ある添字 } \lambda \in \Lambda \text{ が存在して } x \in A_\lambda\}$$

$$\bigcap_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda := \{x \in X\,;\ \text{すべての添字 } \lambda \in \Lambda \text{ に対して } x \in A_\lambda\}$$

$$\prod_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda := \left\{f \colon \Lambda \to X\,;\ \text{各 } \lambda \in \Lambda \text{ に対して } f(\lambda) \in A_\lambda\right\}$$

例

$$X = \mathbb{R}; \quad \Lambda = \mathbb{N}; \qquad A_k := \left[0, 1 - \frac{1}{k}\right] \qquad (k = 1, 2, 3 \dots)$$

- $\displaystyle\bigcap_{k \in \mathbb{N}} A_k = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k =$

例

$$X = \mathbb{R}; \quad \Lambda = \mathbb{N}; \qquad A_k := \left[-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right] \qquad (k = 1, 2, 3 \dots)$$

- $\displaystyle\bigcap_{k \in \mathbb{N}} A_k = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k =$

例

$$X = \mathbb{R}; \quad \Lambda = \mathbb{N}; \qquad A_k := [-k, k] \qquad (k = 1, 2, 3 \ldots)$$

- $\displaystyle \bigcup_{k \in \mathbb{N}} A_k = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k =$

例

任意の空でない集合 Λ に対して $\displaystyle\prod_{\lambda\in\Lambda} X$